PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1912. Redaktionsschluß für No. 11 am 17. Mai 1912. 13. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

E. Riecke, Zur molekularen Theorie der Piezoelektrizität des Turmalins. S. 409.

H. Rausch v. Traubenberg, Über einen Zusammenhang zwischen Materialverlust der Elektroden und geförderter Elektrizitätsmenge im oszillatorischen Entladungsfunken. S. 415.

W. Schottky, Ist die Masse des Elektrons konstant? S. 421.

A. Schulze, Theorie der spezifischen Wärmen von binären Flüssigkeitsgemischen. S. 425.

H. Greinacher, Über die Verwendung des Vibrationselektrometers. II. Mitteilung. S. 433.

H. Greinacher, Über die Bestimmung der Radiumemanation in Quellwässern. S. 435.

E. Madelung, Über eine analytische Darstellung von Magnetisierungskurven. S. 436.

W. Knoche, Einige Bestimmungen der induzierten Aktivität in der bolivianischen Hochkordillere. S. 440.

W. Winter, Erzeugende und unterdrückende Ursachen bei dem elektrodenlosen Ringstrom. S. 442.

L. Zehnder, Hertzsche Versuche mit Strahlen elektrischer Kraft, durch Heliumröhren dargestellt. S. 446.

A. Lindemann, Apparat zur objektiven Demonstration der Phasendifferenz von Wechselströmen. S. 449.

P. Ludewig, Eine Anordnung zur direkten Bestimmung des Kopplungsgrades elektrischer Schwingungskreise. S. 450.

G. Rümelin, Neue Form einer Metallvakuumbogenlampe. S. 451.

E. v. Schweidler, Über die Strahlung einer mit radioaktivem Material erfüllten Kugel. S. 453.

Gyulai Zoltán, Über den Hallwachseffekt bei Selen. S. 454.

Besprechungen:

M. v. Rohr, Die Brille als optisches Instrument. S. 460.

E. v. Schweidler, Praktische Übungen in der Ausführung physikalischer Schulversuche. S. 460.

E. Abbe, Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop. S. 461.

C. Dorno, Studie über Licht und Luft des Hochgebirges. S. 461.

Mme. P. Curie, Die Radioaktivität. Deutsche Ausgabe. S. 462.

K. W. Wolf-Czapek, Die Kinematographie. S. 463.

J. Kayser, Physik des Meeres. S. 463.

F. Auerbach, Die Grundbegriffe in der Naturlehre. S. 463.

J. M. van Bemmelen, Die Absorption. S. 463.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik für Realschulen. S. 464.

Tagesereignisse. S. 464.

Personalien. S. 464.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1912 (Nachtrag.) S. 464.

ORIGINALMITTEILUNGEN

Zur molekularen Theorie der Piezoelektrizität des Turmalins.

Von Eduard Riecke.

(Aus d. Nachrichten d. Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 3. Febr. 1912.)

1. Der molekularen Theorie der Piezoelektrizität, welche ich im Jahre 1892 veröffentlicht habe[1]), liegen die folgenden Vorstellungen zugrunde. Die Mittelpunkte der Kristallmoleküle bilden Raumgitter, welche den Symmetriecharakter der verschiedenen Kristallsysteme besitzen. In dem allgemeinsten Falle des triklinen Systems liegen die Gitterpunkte in den Ecken kongruenter Parallelepipeda, welche als primitive Parallelepipeda bezeichnet werden. Beim monoklinen System ist das primitive Parallelepipedon eine gerade rhomboidische Säule, beim rhombischen ein rechtwinkliges Parallelepipedon, beim quadratischen eine gerade quadratische Säule, beim regulären ein Würfel. Beim hexagonalen System liegen die Gitterpunkte in den Ecken kongruenter gerader Prismen, deren Grundflächen gleichseitige Dreiecke sind. Jedes Molekül ist umgeben von einem System elektrischer Pole; seine Anordnung besitzt die Symmetrieverhältnisse der speziellen Gruppe, welcher der betreffende Kristall angehört. Das System ist mit dem Molekül so verbunden, daß seine Symmetrieebenen und Achsen mit den entsprechenden Symmetrieelementen des Raumgitters zusammenfallen. Wie man sieht, ist die hierdurch gegebene Konstitution eines Kristalles im wesentlichen identisch mit dem, was Schönfließ als ein Molekelgitter bezeichnet.

Die mit den einzelnen Molekülen verbundenen Polysysteme müssen sich im natürlichen Zustande des Kristalls in stabilem Gleichgewichte befinden. Dieses Gleichgewicht wird vielleicht nicht allein durch elektrische Wechselwirkungen bedingt sein, sondern noch von Kräften anderer Art, etwa elastischen Kräften aufrecht erhalten werden. Hat der Kristall wie der Turmalin eine ausgezeichnete polare Hauptachse, so kann angenommen werden, daß jedes Molekül in der Richtung der Hauptachse ein permanentes elektrisches Moment besitzt. Die Gesamtwirkung all solcher Momente ist äquivalent mit der Wirkung von elektrischen Oberflächenschichten, welche auf den Endflächen des Kristalls auftreten, und welche an der einen Endfläche positives, an der anderen negatives Vorzeichen haben. Die Wirkung dieser Schichten wird aber nach außen und innen vollkommen kompensiert durch Schichten von überall entgegengesetzter Dichte, welche der Oberfläche äußerlich aufgelagert sind. Sie bilden sich stets in-

1) Abh. d. Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1892, Bd. 38.

folge der wenn auch geringen Leitfähigkeit der Oberflächen oder der den Kristall umgebenden Luft.

Die Moleküle des Kristalls betrachten wir dielektrisch erregbar. Nun werden schon im natürlichen Zustande des Kristalls elektrische Kräfte auf die einzelnen Moleküle ausgeübt werden. Die ihnen entsprechenden dielektrischen Momente kommen aber nicht in Betracht, da ihre Wirkungen durch entgegengesetzte Oberflächenschichten ebenso kompensiert werden, wie die Wirkungen permanenter molekularer Momente. Wenn aber der Kristall durch Temperaturänderung oder durch Druck deformiert wird, so werden neue dielektrische Momente erregt, und diese werden zu beobachtbaren Wirkungen Veranlassung geben.

2. Die Berechnung der durch einen äußeren Druck hervorgerufenen Momente habe ich zunächst in folgender Weise ausgeführt. Der Mittelpunkt eines Moleküls A wurde zum Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems gewählt. Sodann wurde das Potential und die elektrischen Kräfte, welche von irgendeinem anderen Molekül B auf A ausgeübt werden, berechnet. Die elektrischen Kräfte selber kommen nach der vorhergehenden Bemerkung nicht in Betracht, sondern nur die Änderungen, welche sie bei der Deformation des Kristalls erfahren. Die Komponenten der gesamten elektrischen Kraft, welche so auf den Mittelpunkt des Moleküls A neu ausgeübt wird, habe ich bezeichnet mit Ξ, H, Z; ich habe sodann die Annahme gemacht, daß das dielektrische Moment des Moleküls der Resultante aus den Kräften Ξ, H, Z proportional und ihr gleichgerichtet sei. Dabei ist der Faktor, mit dem die Kraft zu multiplizieren ist, um das Moment zu erhalten, unbestimmt gelassen.

Man kann den Ansatz so modifizieren, daß jener Faktor durch die dielektrische Konstante des Kristalls ausgedrückt werden kann. Wir beschreiben zu diesem Zwecke um den Mittelpunkt des Moleküls A eine kleine Kugel. Die Richtung und die Größe der elektrischen Kraft sei in ihrem ganzen Innern dieselbe, und sie enthalte eine große Zahl einzelner Moleküle. Auf all diese wirkt dann dieselbe Kraft; in allen wird ein elektrisches Moment von derselben Größe erregt. Die Gesamtsumme der molekularen Momente stellt das elektrische Moment der kleinen Kugel dar. Für dieses aber werden die bekannten Gleichungen, welche in der Theorie der Dielektrizität entwickelt werden, gelten. Berücksichtigt muß dabei werden, daß die dielektrische Konstante des Kristalls für verschiedene Richtungen verschiedene Werte besitzt. Wir setzen voraus, daß die Richtungen der Koordinatenachsen mit den Hauptachsen des Kristalls zusammenfallen. Die dielektrischen Konstanten nach diesen Richtungen seien K_1, K_2, K_3. Dann gelten für die entsprechenden Elektrisierungskonstanten die Formeln:

$$\varkappa_1 = \frac{K_1 - 1}{4\pi}, \quad \varkappa_2 = \frac{K_2 - 1}{4\pi}, \quad \varkappa_3 = \frac{K_3 - 1}{4\pi}.$$

Für die auf die Volumeneinheit bezogenen elektrischen Momente der kleinen Kugel nach den Richtungen der Koordinatenachsen ergeben sich die Formeln:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \frac{\varkappa_1}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa_1}\,\Xi = \frac{3}{4\pi}\,\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2}\,\Xi; \\ p_2 &= \frac{\varkappa_2}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa_2}\,H = \frac{3}{4\pi}\,\frac{K_2 - 1}{K_2 + 2}\,H; \\ p_3 &= \frac{\varkappa_3}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa_3}\,Z = \frac{3}{4\pi}\,\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\,Z. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

3. Wir gehen nun über zu der Berechnung der Kräfte Ξ, H, Z. Das von einem Moleküle B mit den Koordinaten x_1, y_1, z_1 ausgeübte Potential sei P_1; dann sind die Komponenten der ihm entsprechenden Kraft gegeben durch:

$$X_1 = \frac{\partial P_1}{\partial x_1}, \quad Y_1 = \frac{\partial P_1}{\partial y_1}, \quad Z_1 = \frac{\partial P_1}{\partial z_1}. \quad (2)$$

Die Verschiebungen, welche das Molekül B infolge des ausgeübten Druckes erleidet, seien u_1, v_1, w_1. Dann sind die Änderungen der Kraftkomponenten gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} \delta X_1 &= \frac{\partial X_1}{\partial x_1}\cdot u_1 + \frac{\partial X_1}{\partial y_1}\cdot v_1 + \frac{\partial X_1}{\partial z_1}\cdot w_1; \\ \delta Y_1 &= \frac{\partial Y_1}{\partial x_1}\cdot u_1 + \frac{\partial Y_1}{\partial y_1}\cdot v_1 + \frac{\partial Y_1}{\partial z_1}\cdot w_1; \\ \delta Z_1 &= \frac{\partial Z_1}{\partial x_1}\cdot u_1 + \frac{\partial Z_1}{\partial y_1}\cdot v_1 + \frac{\partial Z_1}{\partial z_1}\cdot w_1. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Für die Verschiebungen u_1, v_1, w_1 machen wir die Ansätze:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}y_1 + a_{13}z_1, \\ v_1 &= a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + a_{23}z_1, \\ w_1 &= a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}z_1, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo $a_{ik} = a_{ki}$ ist. Mit den gewöhnlichen Deformationsgrößen x_x usw. stehen die Größen a in der Beziehung:

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= x_x, \quad a_{22} = y_y, \quad a_{33} = z_z; \\ 2\cdot a_{23} &= y_z, \quad 2\cdot a_{31} = z_x, \quad 2\cdot a_{12} = x_y. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Wir setzen voraus, daß die Deformation des Kristalls eine homogene sei, d. h. daß die Gleichungen (4) für sämtliche Moleküle des Kristalles gelten. Dann ergeben sich für die

gesamten Kräfte, welche durch Parallelverschiebung der Moleküle neu erzeugt werden, die Gleichungen:

$$\Xi = a_{11}\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial x_1}x_1 + a_{22}\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial y_1}y_1 + a_{33}\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial z_1}z_1 + a_{23}\left(\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial y_1}z_1 + \Sigma\frac{\partial X_1}{\partial z_1}y_1\right) + a_{31}\left(\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial z_1}x_1 + \Sigma\frac{\partial X_1}{\partial x_1}z_1\right) + a_{12}\left(\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial x_1}y_1 + \Sigma\frac{\partial X_1}{\partial y_1}x_1\right). \quad (6)$$

Die Gleichungen für H und Z ergeben sich, wenn man in der Gleichung für Ξ an Stelle von X_1 die Komponenten Y_1 und Z_1 setzt.

Im allgemeinen werden die Verschiebungen der Moleküle verbunden sein mit Drehungen um ihre Mittelpunkte. Wir bezeichnen die Drehungen um drei zu den Koordinatenachsen parallele Achsen mit l, m, n. Diese Drehungen geben Veranlassung zu neuen Kräften, welche auf den Mittelpunkt des Moleküls A ausgeübt werden. Sie sind gegeben durch die Formeln:

$$\Xi = l\Sigma\left(\frac{\partial X_1}{\partial y_1}z_1 - \frac{\partial X_1}{\partial z_1}y_1\right) + m\Sigma\left(\frac{\partial X_1}{\partial z_1}x_1 - \frac{\partial X_1}{\partial x_1}z_1 + Z_1\right) + n\Sigma\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}y_1 - \frac{\partial X_1}{\partial y_1}x_1 + Y_1\right). \quad (7)$$

Die Formeln für H und Z ergeben sich wieder durch Substitution von Y_1 und Z_1 an Stelle von X_1.

Ferner ist in dem Ausdrucke für H' in der ersten Summe hinzuzufügen $-Z_1$, in der dritten X_1 an Stelle von $-Y_1$, Z_1 in der zweiten fällt weg. In dem Ausdrucke für Z' ist in der ersten Summe hinzuzufügen $+Y_1$, in der zweiten $-X_1$ an Stelle von Z_1, Y_1 in der dritten fällt weg.

Aus den Symmetrieverhältnissen des Turmalins folgt, daß

$$l = \lambda\cdot y_z,\ m = -\lambda\cdot z_x,\ n = 0 \text{ ist.}$$

4. Wir wollen die allgemeinen Formeln anwenden auf den speziellen Fall des Turmalins. Den Symmetrieverhältnissen des Kristalls entspricht man durch die folgende Anordnung elektrischer Pole. Wir machen den Mittelpunkt eines Moleküls zum Mittelpunkt eines Hilfskoordinatensystems ξ, η, ζ; die Achse ζ sei parallel mit der Hauptachse des Turmalins; die positive Achsenrichtung stimme überein mit der Richtung vom analogen zum antilogen Ende. Auf der Achse ζ nehmen wir in gleichen Abständen vom Mittelpunkte ein Polpaar von der Stärke ε, der positive Pol liege auf dem positiven Zweige der Achse.

In der Ebene $\xi\eta$ konstruieren wir ein reguläres Sechseck, dessen Mittelpunkt zusammenfällt mit dem Mittelpunkte des Moleküls. Zwei seiner Ecken liegen auf der Achse η. Die Ecken dieses Sechseckes besetzen wir abwechselnd mit positiven und negativen Polen von der Stärke ε. Berechnet man nun die Molekularsummen unter Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse des Kristalls, so ergeben sich die folgenden Ausdrücke:

$$\Xi = \frac{3}{2}\Gamma\cdot\Sigma\left(\frac{x_1^2+z_1^2}{r_1^5} - 10\frac{x_1^2z_1^2}{r_1^7}\right)z_x + E\Sigma\left\{6\frac{x_1^2}{r_1^7} - 28\frac{x_1^4}{r_1^9} + 63\frac{x_1^6 - 3x_1^4y_1^2}{r_1^{11}}\right\}x_y;$$

$$H = \frac{3}{2}\Gamma\cdot\Sigma\left(\frac{y_1^2+z_1^2}{r_1^5} - 10\frac{y_1^2z_1^2}{r_1^7}\right)y_z + E\Sigma\left\{6\frac{x_1^2}{r_1^7} - 28\frac{x_1^4}{r_1^9} + 63\frac{x_1^6 - 3x_1^4y_1^2}{r_1^{11}}\right\}(x_x - y_y);$$

$$Z = 3\Gamma\cdot\Sigma\frac{x_1^2}{r_1^5}\left(1 - 5\frac{z_1^2}{r_1^2}\right)x_x + 3\Gamma\cdot\Sigma\frac{y_1^2}{r_1^5}\left(1 - 5\frac{z_1^2}{r_1^2}\right)y_y + 3\Gamma\cdot\Sigma\frac{z_1^2}{r_1^5}\left(3 - 5\frac{z_1^2}{r_1^2}\right)z_z;$$

$$\Xi' = -\Gamma\cdot\Sigma\frac{1}{r_1^3}\left(1 - 3\frac{x_1^2}{r_1^2}\right)m;$$

$$H' = \Gamma\cdot\Sigma\frac{1}{r_1^3}\left(1 - 3\frac{y_1^2}{r_1^2}\right)l;\ Z' = 0. \quad (8)$$

In diesen Gleichungen ist Γ gleich dem elektrischen Momente des auf der Achse ζ liegenden Polsystems, und E ist gleich $6a_3^3\varepsilon\alpha^3$, wo α die Seite des Sechseckes und a_3^3 einen Zahlenfaktor bedeutet. Ferner ist zu bemerken, daß $l = \lambda y_z$, $m = -\lambda z_x$, $n = 0$ ist. Diejenigen Molekularsummen, welche sich nur dadurch unterscheiden, daß x_1 und y_1 miteinander vertauscht sind, haben gleiche Werte. Setzen wir die Werte von Ξ, H, Z, sowie von Ξ', H', Z' ein in den Gleichungen (1), so ergeben sich die Momente p_1, p_2, p_3 als Funktionen der Deformationsgrößen. Die Gleichungen, zu welchen man auf diesem Wege gelangt, stimmen vollkommen mit den Ansätzen überein, welche sich aus den allgemeinen Formeln der phänomenologischen Theorie von Voigt bei Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse für den Turmalin ergeben:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= e_{15}z_x - e_{22}x_y,\\ p_2 &= -e_{22}(x_x - y_y) + e_{15}y_z,\\ p_3 &= e_{31}(x_x + y_y) + e_{33}z_z. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Hier sind die piezoelektrischen Konstanten e gegeben durch die folgenden Summen:

$$e_{15} = \frac{9}{8\pi}\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2}\Gamma\Sigma\left(\frac{x_1^2+z_1^2}{r_1^5} - 10\frac{x_1^2z_1^2}{r_1^7}\right) + \frac{3\lambda}{4\pi}\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2}\Gamma\Sigma\frac{1}{r_1^3}\left(1 - 3\frac{x_1^2}{r_1^2}\right),$$

$$e_{22}=-\frac{3}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}E\Sigma\left\{6\frac{x_1^2}{r_1^2}-28\frac{x_1^4}{r_1^4}+63\frac{x_1^6-3x_1^4y_1^2}{r_1^{11}}\right\},$$

$$e_{31}=\frac{9}{4\pi}\frac{K_3-1}{K_3+2}\Gamma\Sigma\frac{x_1^2}{r_1^5}\left(1-5\frac{z_1^2}{r_1^2}\right),$$

$$e_{33}=\frac{9}{4\pi}\frac{K_3-1}{K_3+2}\Gamma\Sigma\frac{z_1^2}{r_1^5}\left(3-5\frac{z_1^2}{r_1^2}\right). \quad (10)$$

In diesen Formeln ist den Symmetrieverhältnissen des Kristalls entsprechend, $K_1=K_2$ gesetzt.

5. Um uns die Berechnung der Molekularsummen zu erleichtern, werden wir ein Verfahren benützen, das wenigstens näherungsweise den wirklichen Verhältnissen entsprechen dürfte. Wir vernachlässigen von vornherein die von den Polen des regulären Sechseckes herrührenden Wirkungen; wir berücksichtigen nur die der z-Achse parallelen molekularen Momente. Das dürfte besonders in dem Falle erlaubt sein, in dem die Beobachtung auf das in der Richtung der z-Achse induzierte Moment beschränkt wird, denn dieses ist unabhängig von der Konstanten e_{22}. Die auf die kleine Kugel, welche um den Mittelpunkt des Moleküls A beschrieben ist, ausgeübten Kräfte berechnen wir dann in der folgenden Weise. Wir ersetzen die wirkliche, den Symmetrieverhältnissen des Turmalins entsprechende Verteilung der Moleküle durch eine stetige Erfüllung des Raumes. Diese muß der Bedingung genügen, daß das permanente elektrische Moment der Volumeinheit γ denselben Wert behält. Bezeichnen wir also mit $\mathfrak{N}$ die Anzahl der Moleküle im ccm, so ist das elektrische Moment der Volumeinheit

$$\gamma=\mathfrak{N}\cdot\Gamma \quad (11)$$

und das elektrische Moment eines Raumelementes $dx_1dy_1dz_1$ gleich

$$\gamma dx_1dy_1dz_1.$$

Die in den Gleichungen (6) auftretenden Molekularsummen können nun ersetzt werden durch Integrale, welche sich über das ganze Innere des Turmalins mit Ausnahme der kleinen um A beschriebenen Kugel erstrecken. Zu diesem Zwecke setzen wir an Stelle der von einem einzelnen Moleküle B_1 auf A ausgeübten Kräfte X_1, Y_1, Z_1 die Komponenten

$$\mathfrak{X}_1dx_1dy_1dz_1;\ \mathfrak{Y}_1dx_1dy_1dz_1;\ \mathfrak{Z}_1dx_1dy_1dz_1,$$

welche von einem an der Stelle von B_1 befindlichen Raumelemente auf den Mittelpunkt von A ausgeübt werden. Es wird dann:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma\frac{\partial X_1}{\partial x_1}x_1&=\int\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}x_1dx_1dy_1dz_1;\\ \Sigma\frac{\partial Y_1}{\partial x_1}x_1&=\int\frac{\partial\mathfrak{Y}_1}{\partial x_1}x_1dx_1dy_1dz_1;\\ \Sigma\frac{\partial Z_1}{\partial x_1}x_1&=\int\frac{\partial\mathfrak{Z}_1}{\partial x_1}x_1dx_1dy_1dz_1;\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

und analoge Formeln ergeben sich für die übrigen Molekularsummen.

Führen wir diese Werte ein in den Gleichungen (6), und berechnen wir dann mit Hilfe der Gleichungen (1) die Momente p_1, p_2, p_3, so ergeben sich die folgenden Werte für die allgemeinen piezoelektrischen Konstanten.

$$e_{11}=\frac{3}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}x_1dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{12}=\frac{3}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}y_1dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{13}=\frac{3}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}z_1dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{14}=\frac{3}{8\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}z_1+\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}y_1\right)dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{15}=\frac{3}{8\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}x_1+\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}z_1\right)dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{16}=\frac{3}{8\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}y_1+\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}x_1\right)dx_1dy_1dz_1;$$

$$e_{21}=\frac{3}{4\pi}\frac{K_2-1}{K_2+2}\int\frac{\partial\mathfrak{Y}_1}{\partial x_1}x_1dx_1dy_1dz_1;\ \ldots\ldots\ldots$$

$$e_{24}=\frac{3}{8\pi}\frac{K_2-1}{K_2+2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{Y}_1}{\partial y_1}z_1+\frac{\partial\mathfrak{Y}_1}{\partial z_1}y_1\right)dx_1dy_1dz_1;\ \ldots$$

$$e_{31}=\frac{3}{4\pi}\frac{K_3-1}{K_3+2}\int\frac{\partial\mathfrak{Z}_1}{\partial y_1}x_1dx_1dy_1dz_1;\ \ldots\ldots\ldots$$

$$e_{34}=\frac{3}{8\pi}\frac{K_3-1}{K_3+2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{Z}_1}{\partial y_1}z_1+\frac{\partial\mathfrak{Z}_1}{\partial z_1}y_1\right)dx_1dy_1dz_1;\ \ldots \quad (13)$$

Um die Integrationen auszuführen, transformieren wir die unter den Integralzeichen stehenden Ausdrücke in der folgenden Weise:

$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}x_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1x_1)}{\partial x_1}-\mathfrak{X}_1,\quad \frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}y_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1y_1)}{\partial y_1}-\mathfrak{X}_1,$$
$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}z_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1z_1)}{\partial z_1}-\mathfrak{X}_1.$$

$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}z_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1z_1)}{\partial y_1},\quad \frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}y_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1y_1)}{\partial z_1}, \quad (14)$$
$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial z_1}x_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1x_1)}{\partial z_1},\quad \frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}z_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1z_1)}{\partial x_1}.$$
$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x_1}y_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1y_1)}{\partial x_1},\quad \frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y_1}x_1=\frac{\partial(\mathfrak{X}_1x_1)}{\partial y_1}.$$

Analoge Gleichungen gelten für $\mathfrak{Y}_1$ und $\mathfrak{Z}_1$.

Bezeichnen wir das von einem Raumelement $dx_1dy_1dz_1$ auf den Mittelpunkt des Moleküls A ausgeübte Potential mit $\mathfrak{P}_1dx_1dy_1dz_1$, so wird:

$$\mathfrak{X}_1=\frac{\partial\mathfrak{P}_1}{\partial x_1},\quad \mathfrak{Y}_1=\frac{\partial\mathfrak{P}_1}{\partial y_1},\quad \mathfrak{Z}_1=\frac{\partial\mathfrak{P}_1}{\partial z_1}.$$

Man sieht somit, daß alle unter den Integralzeichen stehenden Ausdrücke sich durch die Differentialquotienten gewisser Funktionen nach x_1, y_1, z_1 darstellen lassen. Daraus folgt weiter, daß alle über das Innere des Turmalins erstreckte Integrale sich verwandeln lassen in solche, welche über die Oberfläche des Turmalins auszudehnen sind. Die von dem Inneren ausgehenden Wirkungen verwandeln sich in Wirkungen der Oberfläche. Die in Betracht kommende Oberfläche besteht zunächst aus zwei Teilen, nämlich aus der Oberfläche der um A beschriebenen Kugel und aus der äußeren Oberfläche des Turmalins. Die letzteren Wirkungen kommen aber bei einer Kompression des Turmalins in der Richtung der z-Achse nicht in Betracht, sobald diese Endflächen mit Stanniolbelägen versehen werden, welche nach den Quadrantenpaaren eines Elektrometers abgeleitet sind. Denn dann wird jede Änderung, welche in der Größe der molekularen Ladung eintritt, sofort kompensiert durch eine entgegengesetzte Influenzladung in den Stanniolbelägen. Wir können also in diesem Falle von der Betrachtung der äußeren Oberfläche absehen, und die Integrale lediglich auf die Oberfläche der um A beschriebenen Kugel beziehen. Für $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{X}_1$, $\mathfrak{Y}_1$, $\mathfrak{Z}_1$ sind die folgenden Ausdrücke einzuführen:

$$\mathfrak{P}_1 = -\gamma\frac{z_1}{r_1^3};\quad \mathfrak{X}_1 = 3\gamma\frac{z_1x_1}{r_1^5};\quad \mathfrak{Y}_1 = 3\gamma\frac{z_1y_1}{r_1^5};$$
$$\mathfrak{Z}_1 = -\frac{\gamma}{r_1^3} + 3\gamma\frac{z_1^2}{r_1^5}. \qquad (15)$$

Dann ergibt die Ausführung der Integration

$$\left.\begin{aligned} e_{15} = e_{24} &= -\frac{3}{5}\frac{K_1-1}{K_1+2}\gamma \\ \text{und } e_{31} = e_{22} = e_{33} &= -\frac{3}{5}\frac{K_3-1}{K_3+2}\gamma. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Hier ist den Symmetrieverhältnissen des Kristalls entsprechend $K_1 = K_2$ gesetzt.

Es möge hierzu noch bemerkt werden, daß die Anwendung der Formeln (1) voraussetzt, daß die Werte der Komponenten Ξ, H, Z im ganzen Inneren der um A beschriebenen Kugel die gleichen sind. Diese Voraussetzung würde nicht erfüllt sein für die Wirkungen, welche die Oberflächenladung der um A beschriebenen Kugel auf die verschiedenen Punkte ihres Inneren ausübt. Wir begehen also einen gewissen Fehler, indem wir die von Ort zu Ort wechselnden Komponenten der Kraft überall durch die in A herrschenden Komponenten ersetzen. Die Anwendung der Gleichungen (1) läßt sich übrigens noch in anderer Weise rechtfertigen. Zunächst sei bemerkt, daß die Komponenten Ξ, H, Z, von dem Halbmesser der um A beschriebenen Kugel unabhängig sind. Das ergibt sich unmittelbar aus der Form der Oberflächenintegrale und aus den Werten von $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{X}_1$, $\mathfrak{Y}_1$, $\mathfrak{Z}_1$. Wir wollen nun annehmen, der Halbmesser der Kugel könne so klein gemacht werden, daß die Wirkung der Moleküle, welche innerhalb der Kugel sich befinden, vernachlässigt werden kann gegen die Wirkung der außerhalb befindlichen. Dann würden die Komponenten Ξ, H, Z der ganzen auf A ausgeübten elektrischen Kraft entsprechen. Es ist aber klar, daß die ganze Kraft für irgendeinen Punkt B im Innern der Kugel dieselbe sein muß, wie für A. Anders liegen die Verhältnisse nur für Punkte, welche der Oberfläche des Turmalins so nahe liegen, daß die um sie beschriebene Kugel von der Oberfläche des Turmalins durchschnitten wird.

6. Bei der vorhergehenden Betrachtung sind die Kräfte nicht berücksichtigt, welche aus den Drehungen der Moleküle resultieren. Wir brauchen aber die im vorhergehenden angedeuteten Rechnungen für den Fall der Drehung nicht ausführlich zu wiederholen. Wir bemerken, daß die Drehung nur auf die Konstante e_{15} einen Einfluß ausübt. Sie fügt zu dem aus der Translation folgenden Werte noch das folgende Glied hinzu:

$$e'_{15} = \frac{3\lambda}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\Gamma\Sigma\frac{1}{r_1^3}\left(1-3\frac{x_1^2}{r_1^2}\right).$$

Setzen wir hier an Stelle der Summation wieder eine Integration, so ergibt sich:

$$e'_{15} = \frac{3\lambda}{4\pi}\frac{K_1-1}{K_1+2}\gamma\int\frac{1}{r_1^3}\left(1-3\frac{x_1^2}{r_1^2}\right)dx_1dy_1dz_1.$$

Setzen wir hier

$$x_1 = r_1\sin\vartheta_1\cos\varphi_1 \text{ und}$$
$$dx_1dy_1dz_1 = r_1^2dr_1\sin\vartheta_1d\vartheta_1d\varphi_1,$$

so wird:

$$\int\frac{1}{r_1^3}\left(1-3\frac{x_1^2}{r_1^2}\right)dx_1dy_1dz_1,$$
$$= \int\frac{dr_1}{r_1}(1-3\sin^2\vartheta_1\cos^2\varphi_1)\sin\vartheta_1d\vartheta_1d\varphi_1 = 0.$$

Der Einfluß der Drehung der Moleküle fällt also bei einer homogenen Deformation des Turmalins weg, wenigstens bei der von uns benützten Näherungsmethode.

7. Wir gehen nun über zu einer Vergleichung der durch unsere Integration erhaltenen Werte der piezoelektrischen Konstanten mit den durch die Beobachtung gefundenen. Übereinstimmung ist insofern vorhanden, als die Integration auf dieselbe Reihe von Konstanten führt, wie die Beobachtung oder auch wie die molekulare Theorie mit Rücksicht auf die Symmetrieverhältnisse. Ein auffallendes Ergebnis unserer Rechnung ist, daß bei der

Annahme einer stetigen Raumerfüllung die Konstanten e_{21} und e_{13} einander gleich werden, und in diesem Ergebnis spricht sich eben das Unzulängliche unserer Betrachtung aus. Nach den Symmetrieverhältnissen des Kristalls können nur die Konstanten e_{15} und e_{24}, sowie e_{31} und e_{32} einander gleich sein. Wir stellen die berechneten und die beobachteten Werte der Konstanten im folgenden zusammen:

$$-e_{15} = 7{,}40 \cdot 10^4 = \frac{3}{5}\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2}\gamma$$

$$-e_{24} = 7{,}40 \cdot 10^4 = \frac{3}{5}\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2}\gamma \qquad (\gamma =)$$

$$-e_{31} = 3{,}09 \cdot 10^4 = \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\gamma \qquad 0{,}85 \cdot 10^5$$

$$-e_{32} = 3{,}09 \cdot 10^4 = \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\gamma \qquad 0{,}85 \cdot 10^5$$

$$-e_{33} = 9.60 \cdot 10^4 = \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\gamma (+\gamma) 0{,}70 \cdot 10^5.$$

Nun ist für Turmalin:

$$K_1 = 6{,}77 \text{ und } K_3 = 5{,}60.$$

Somit ist:

$$\frac{3}{5}\frac{K_1 - 1}{K_1 + 2} = 0{,}395,$$

und

$$\frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2} = 0{,}363.$$

8. Bei der vorhergehenden Betrachtung ist der sehr wesentliche Umstand noch nicht berücksichtigt, daß das elektrische Moment der Volumeneinheit schon durch eine Volumkontraktion oder Dilatation verändert wird. Wir müssen die hierdurch hervorgerufenen Änderungen des molekularen Momentes den im vorhergehenden betrachteten noch hinzufügen. Verstehen wir unter γ das elektrische Moment der Volumeneinheit im natürlichen, unter γ' das im deformierten Zustande, so ist:

$$\gamma' = \frac{\gamma}{1 + x_x + y_y + z_z}.$$

Somit ist der Zuwachs, welchen das Moment der Volumeneinheit infolge der Dilatation erleidet:

$$\gamma' - \gamma = -(x_x + y_y + z_z)\gamma.$$

Diese Änderung kommt aber nach außen hin nicht voll zur Geltung. Der Anteil $\gamma(x_x + y_y)$ hängt ab von den seitlichen Kontraktionen oder Dilatationen. Diese treten aber ganz in derselben Weise bei den Oberflächenladungen auf, durch welche die Wirkungen der permanenten elektrischen Momente im Gleichgewichtszustande kompensiert werden. Es folgt daraus, daß die in Betracht kommende Änderung des elektrischen Momentes, welche in der Volumeinheit durch die Dilatation erzeugt wird, vollständig gegeben ist durch:

$$\gamma' - \gamma = -\gamma \cdot z_z. \qquad (17)$$

Dieser Ausdruck ist zu dem durch die elektrischen Kräfte bestimmten Werte von p_3 noch hinzuzufügen. Der vollständige Wert von p_3 ist also gegeben durch:

$$-p_3 = \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\gamma(x_x + y_y) + \left(1 + \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\right)\gamma \cdot z_z.$$

Für $-e_{33}$ haben wir also in der vorhergehenden Tabelle den Wert

$$\left(1 + \frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\right)\gamma$$

zu setzen an Stelle von $\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}\gamma$. Die störende Gleichheit von e_{31} und e_{33} ist damit beseitigt. Mit Hilfe des am Schlusse des vorhergehenden Paragraphen angegebenen Wertes von $\frac{3}{5}\frac{K_3 - 1}{K_3 + 2}$ sind die in der letzten Kolumne der Tabelle angegebenen Werte von γ berechnet. Im Mittel ergibt sich:

$$\gamma = 0{,}80 \cdot 10^5.$$

Die Momente in der Richtung der x- und der y-Achse können nur verändert werden durch Drehungen der Moleküle um diese Achsen. Ihre Berücksichtigung würde einen neuen unbekannten Faktor in die Rechnung einführen. Die Drehungen beeinflussen aber nur die Werte der Konstanten e_{15} und e_{24}. Wir machen uns also von ihnen unabhängig, wenn wir uns auf die Betrachtung des der z-Achse parallelen Momentes p_3 beschränken.

9. Wir gehen über zu der Berechnung des permanenten elektrischen Momentes der Moleküle des Turmalins. Das Molekulargewicht des Turmalins sei M, das spezifische Gewicht s; dann ist das Volumen eines g-Moleküls gleich M/s. Die Anzahl der wirklichen Moleküle, welche in einem g-Molekül enthalten sind, ist gegeben durch: $6{,}17 \cdot 10^{23}$. Somit ergibt sich für die Zahl der Moleküle, welche in 1 ccm des Turmalins enthalten sind, der Ausdruck:

$$\mathfrak{N} = \frac{s}{M}\, 6{,}17 \cdot 10^{23}. \qquad (18)$$

Die Dichte des Turmalins ist $s = 3{,}11$. Für die Zusammensetzung des magnesiumfreien Turmalins findet sich in der Mineralogie von Bauer die Formel:

$$Si_{12}B_5Al_{12}Na_4H_4O_{60}.$$

Aus einer von Riggs mitgeteilten Analyse

des hellgrünen brasilianischen Turmalins habe ich die folgende Formel berechnet:

$$Si_{12}B_5Al_8NaLi_2H_6O_{56}.$$

Für das Molekulargewicht ergibt sich aus der ersten Formel die Zahl 1666, aus der zweiten die Zahl 1658. Wir wollen also im Mittel das Molekulargewicht gleich 1660 setzen. Substituieren wir die angegebenen Werte von s und M in Gleichung (18), so ergibt sich:

$$\mathfrak{N} = \frac{3{,}11 \cdot 6{,}17}{1660} \cdot 10^{23} = 1{,}16 \cdot 10^{21}.$$

Für die Kantenlänge d des Molekularwürfels folgt daraus der Wert

$$d = 0{,}95 \cdot 10^{-7} \text{ cm}.$$

Bezeichnen wir mit $\mathfrak{d}$ den Durchmesser des gleichfalls würfelförmig gedachten Moleküls, so ist nach der Formel von Clausius-Mosotti

$$\frac{\mathfrak{d}^3}{d^3} = \frac{K-1}{K+2}.$$

Im Mittel können wir für Turmalin setzen:

$$\frac{K-1}{K+2} = 0{,}61.$$

Dann ergibt sich:

$$\mathfrak{d} = 0{,}80 \cdot 10^{-7} \text{ cm}.$$

Das elektrische Moment Γ eines einzelnen Moleküls erhalten wir, wenn wir das Moment der Volumeneinheit durch $\mathfrak{N}$ dividieren. Es wird somit:

$$\Gamma = \frac{0{,}80 \cdot 10^5}{1{,}16 \cdot 10^{21}} = 0{,}69 \cdot 10^{-16}. \qquad (19)$$

Die Distanz des auf der Hauptachse ζ eines Moleküls liegenden Pôlpaares kann jedenfalls nicht größer sein, als die Kante $\mathfrak{d}$ des von dem Moleküle eingenommenen Raums. Für die Poldistanz bezeichnet also die Länge $\mathfrak{d} = 0{,}80 \cdot 10^{-7}$ cm eine obere Grenze. Verstehen wir unter ε die Stärke der Pole, so wird dann

$$\Gamma = \varepsilon\mathfrak{d}$$

und wir erhalten aus dieser Gleichung für ε eine untere Grenze. Aus den angegebenen Zahlen ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{0{,}69 \cdot 10^{-16}}{0{,}80 \cdot 10^{-7}} = 8{,}62 \cdot 10^{-10}.$$

Das würde nahezu dem Doppelten des Elementarquantums entsprechen. Man wird indessen jene Zahl keineswegs als zuverlässig betrachten dürfen. Einmal hat unsere ganze Rechnung den Charakter eines Näherungsverfahrens, sodann ist auch der Wert des Molekulargewichts M einigermaßen willkürlich. Würde z. B. das Molekulargewicht auf die Hälfte des angenommenen Wertes erniedrigt, so würde auch das Moment Γ und die Polstärke ε nur halb so groß werden. Immerhin wird man es als ein bemerkenswertes Ergebnis der Rechnung betrachten dürfen, daß die Stärke der auf der Hauptachse ζ des Moleküls liegenden Pole jedenfalls nur ein kleines Vielfaches des elektrischen Elementarquantums ist.

Die polare elektrische Ladung, welche wir den Molekülen des Turmalins zuschreiben, ist danach von derselben Größenordnung wie bei den Molekülen eines Elektrolyten.

10. Beim Turmalin wird die Entwicklung einer angenäherten Theorie wesentlich durch den schon hervorgehobenen Umstand erleichtert, daß die Wirkung der Deformation auf den Mittelpunkt einer kleinen im Inneren des Turmalins abgegrenzten Kugel von dem Kugelhalbmesser unabhängig ist. Das ist bei Polsystemen von höherer Ordnung nicht mehr der Fall; bei diesen wird man auf die Auswertung der Molekularsummen selber zurückgehen müssen, man wird auch die induzierten elektrischen Momente unmittelbar auf die Moleküle zu beziehen haben.

(Eingegangen 29. März 1912.)

Über einen Zusammenhang zwischen Materialverlust der Elektroden und geförderter Elektrizitätsmenge im oszillatorischen Entladungsfunken.

Von Heinrich Rausch v. Traubenberg.

Einleitung.

Läßt man die oszillatorische Entladung einer Kapazität längere Zeit durch eine Funkenstrecke vor sich gehen, so bemerkt man einen deutlichen „Abbrand" der Elektroden, dessen Größe bei Verwendung verschiedenen Elektrodenmaterials merkliche Unterschiede aufweist. Die Elektroden erleiden mit der Zeit einen Gewichtsverlust, der auf Kosten einer allmählichen Verdampfung bezw. Zerstäubung des Metalls zu setzen ist, ähnlich wie wir dieses beim Lichtbogen beobachten. Bekanntlich wird im Entladungsfunken der Strom durch Ionen bezw. Elektronen getragen. Diese verschiedenen Ladungsträger entstammen teils dem Gase, in welches der Funke eingebettet ist, teils dem sich aus den Elektroden entwickelnden Metalldampfe.

Ohne zunächst auf eine genauere Analyse dieser Verteilung einzugehen, habe ich mir im Anschluß an andere Versuche über den Entladungsfunken die Frage vorgelegt, ob ein bestimmter quantitativer Zusammenhang zwischen dem Materialverlust, welchen die Elektroden beim Funkenübergang in einer gewissen Zeit

erleiden, und der während der gleichen Zeit geförderten Elektrizitätsmenge besteht. Bekanntlich befördert in der Elektrolyse nach den Faradayschen Gesetzen ein Grammatom eines einwertigen Stoffes die Konstante El.-Menge 1 Faraday = 96540 Coulomb; die gleiche El.-Menge wird auch bei ionisierten Gasen vom Grammatom getragen. Man kann nun, wie gesagt, versuchen, ob beim Entladungsfunken ebenfalls eine konstante Beziehung zwischen Gewichtsverlust der Elektroden und geförderter El.-Menge besteht, und, falls dieses zutrifft, den gefundenen Wert mit dem aus der Elektrolyse bekannten vergleichen.

Allerdings muß man dabei durch geeignete Versuchsbedingungen die Annahme gerechtfertigt erscheinen lassen, daß diejenigen Teilchen des Metalldampfes, die einmal zum Stromtransport gedient haben, sich gar nicht oder nur in ganz geringem Maße auf den Elektroden als festes Metall oder als feste Metallverbindung wieder ansetzen. Diese Forderung schien mir bei Verwendung von Metallen in Sauerstoff, deren Oxyde bei Entladung staubförmig und mechanisch flüchtig sind, einigermaßen erfüllt zu sein. Die Oxyde wurden dann teilweise durch die explosionsartige Wirkung der Entladung selbst von den Elektroden weggeschleudert, teilweise nachträglich durch vorsichtiges Abwischen von den Elektroden entfernt.

Ferner müssen die Versuchsbedingungen so getroffen werden, daß eine intensive Erhitzung der Elektroden nur auf ganz kleine Stellen der Elektrodenoberfläche (Funkenbasis) beschränkt bleibt, die Elektroden sonst aber relativ kalt bleiben, damit weder ein Abschmelzen derselben stattfindet, noch sich nur bei höheren Temperaturen vollziehende chemische Reaktionen auf größere Gebiete der Elektrode von der Funkenbasis weiter ausdehnen können. Weiter ist es erforderlich, unter möglichst konstanten Versuchsbedingungen die Elektrizitätszufuhr zur Entladungsstrecke längere Zeit aufrecht zu erhalten, um quantitativ genügend große Gewichtsabnahmen der Elektroden zu erzielen.

Alle diese Forderungen erschienen mir beim oszillatorischen Entladungsfunken geringer Dämpfung im Gegensatz zum Lichtbogen befriedigend erfüllt zu werden. Wählt man die Schwingungsdauer des Entladungskreises klein, so erreicht man hohe Stromamplituden von kurzer Dauer; die Elektroden selbst bleiben relativ kalt, wie man sich leicht durch Anbringung von Thermoelementen in denselben überzeugen kann. Bei geringer Dämpfung des Oszillators wird dann durch das mehrfache Hin- und Zurückströmen der Ladung eine entsprechende Steigerung der transportierten El.-Menge bewirkt.

Zur Beantwortung der gestellten Fragen müssen wir 1. den Gewichtsverlust beider Elektroden durch Wägung bestimmen, 2. die gesamte während der gleichen Zeit geförderte El.-Menge ermitteln. Aus dem Verhältnis dieser beiden Größen können wir dann unter den vorhin gemachten Voraussetzungen bestimmen, welcher Anteil der gesamten El.-Menge vom zerstäubten oder verdampften Elektrodenmaterial getragen wird, und durch Umrechnung auf das Grammäquivalent direkt einen Vergleich mit dem aus der Elektrolyse bekannten Wert anstellen.

Die Berechnung der eingehenden Größen.

I. Berechnung der geförderten El.-Menge.

a) Die Amplitudenabnahme wird exponentiell vorausgesetzt.

Bezeichnet man mit Q die während eines vollen Schwingungsablaufes durch den Querschnitt geförderte El.-Menge, so wird

$$Q = C V_0 \frac{1 + e^{-\frac{\vartheta}{2}}}{1 - e^{-\frac{\vartheta}{2}}}, \qquad (I)$$

wenn C die Kapazität, V_0 die Einsatzspannung, auf welche die Kapazität aufgeladen wird, und ϑ das logarithmische Dekrement der Schwingung bedeuten.

Substituiert man

$$\frac{1 + e^{-\frac{\vartheta}{2}}}{1 - e^{-\frac{\vartheta}{2}}} = \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)^{1}),$$

so wird

$$Q = C V_0 \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right).$$

Zum Beispiel für $\vartheta = 0{,}20$ wird

$$Q = C V_0 \coth(0{,}05) = C V_0 \times 20.$$

Wir sehen, bei einer Dämpfung von 0,20 haben wir bei einem vollen Schwingungsablauf die 20fache Anfangsladung ($C V_0$) durch den Querschnitt zu fördern.

Haben wir nun b Entladungen pro Sekunde, so wird pro Sekunde die El.-Menge

$$bQ = bCV_0 \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \qquad (II)$$

gefördert.

Kennen wir b, C, V_0 und ϑ durch Messung, so können wir bQ berechnen.

b) Die Amplitudenabnahme wird geradlinig vorausgesetzt.

Oszillatorkreise, welche als Hauptenergieverbraucher eine Funkenstrecke enthalten, be-

1) In den Smithsonian Tables, Hyperbolic Functions, Washington 1909, ist coth (u) zahlenmäßig angegeben.

sitzen im allgemeinen kein konstantes Dekrement: dieses liegt an dem eigentümlichen Verhalten des Funkens, dessen Widerstand während des Schwingungsablaufes in der Art variabel ist, daß eine geradlinige oder annähernd geradlinige Amplitudenabnahme der Schwingung erfolgt[1]).

Unter Annahme eines geradlinigen Amplitudenverlaufes berechnet sich die während eines ganzen Schwingungsablaufes geförderte El.-Menge

$$Q' = \frac{CV_0}{4d} + \frac{CV_0}{2}, \qquad \text{(III)}$$

hierin bedeutet $2d$ die Differenz zweier folgender Amplituden.

Von Barkhausen ist nun die Wärmeentwickelung $\mathfrak{W}$, die in einem Drahte vom effektiven Widerstande $\mathfrak{R}$ beim Verlauf einer solchen Schwingung erzeugt wird, berechnet worden zu

$$\mathfrak{W} = \frac{bCV_0^2}{2}\frac{\pi}{6}\frac{\mathfrak{R}I_0}{d}$$

oder

$$i_{\text{eff.}}^2 = \frac{bCV_0^2}{2}\frac{\pi}{6}\frac{I_0}{d},$$

hierin bedeuten $i_{\text{eff.}}$ die effektive (von einem Hitzdrahtinstrument angezeigte) Stromstärke im Schwingungskreis, I_0 die maximale Stromamplitude ($I_0 = 2\pi NCV_0$).

Hieraus finden wir

$$4d = \frac{bCV_0^2\pi I_0}{3i_{\text{eff.}}^2},$$

dieses in (III), liefert

$$Q' = \frac{3i_{\text{eff.}}^2}{\pi bI_0} + \frac{CV_0}{2}$$

$$Q'b = \frac{3}{\pi}\frac{i_{\text{eff.}}^2}{I_0} + \frac{bCV_0}{2}. \qquad \text{(IV)}$$

Sind $i_{\text{eff.}}^2$, I_0, b, C und V_0 gemessen, so läßt sich $Q'b$ nach (IV) berechnen.

Wie man sich durch Einsetzen von bestimmten Werten überzeugen kann, wird unter der Bedingung gleicher effektiver Stromstärke im Schwingungskreis die bei geradlinigem Amplitudenverlauf geförderte El.-Menge nur ungefähr halb (je nach der Amplitudendifferenz $^1/_2$ bis $\frac{1}{2,7}$) so groß, als im Falle einer exponentiellen Amplitudenabnahme.

Es kommt somit leider eine gewisse Unsicherheit in die Bestimmung der El.-Menge, falls man das Gesetz der Amplitudenabnahme nicht kennt.

Einen wirklichen Anhaltspunkt über die Größe der Spannungsamplituden läßt sich wohl nur mit Hilfe der Braunschen Röhre erbringen.

1) Barkhausen, diese Zeitschr. **8**, 624. 1907.

Kürzlich ist eine Arbeit von Herrn D. Roschansky erschienen[1]), in welcher eine auch für sehr schnelle Schwingungen brauchbare Röhre beschrieben wird. Herr Roschansky findet in dieser Untersuchung (S. 302) den erwarteten anomalen (nicht exponentiellen) Amplitudenverlauf bei Magnesium nicht bestätigt, sondern einen normalen (exponentiellen) Abfall, ein Umstand, der sich jedoch nicht aus dem Verhalten des Funkens erklärt, sondern aus anderen die Wirkung des Funkens kompensierenden Einflüssen resultiert. Bei meiner Anordnung des Schwingungskreises war der Funke keineswegs die überwiegende Dämpfungsursache, wie aus der Größe der gemessenen Dekremente hervorgeht; es war nämlich bei den meisten Versuchen (außer dem Thermoelement T, Figur) noch Ohmscher Widerstand eingeschaltet. Infolgedessen habe ich zunächst die El.-Menge für einen exponentiellen Verlauf nach Formel II berechnet, und gedenke später mit der Roschanskyschen Anordnung die Frage des Amplitudenverlaufs nochmals in Angriff zu nehmen.

II. Die Berechnung der im Funken pro Grammatom geförderten El.-Menge.

Bezeichnet man mit μ den Gewichtsverlust beider Elektroden in Gramm pro Sekunde, mit Qb die pro Sekunde geförderte El.-Menge, so wird Φ die pro Grammatom geförderte El.-Menge.

$$\Phi = \frac{AbCV_0}{\mu}\coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right), \qquad \text{(V)}$$

A bezeichnet das Grammatom der Substanz, welche in der vorstehenden Formel zunächst als einwertig angenommen ist.

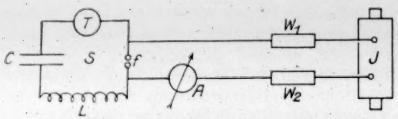
Gilt nun für den Elektrizitätstransport im Funken eine den Faradayschen Gesetzen der Elektrolyse analoge Beziehung, so muß Φ eine Konstante sein.

Damit diese Bedingung erfüllt ist, muß also der Gewichtsverlust μ bei konstanter geförderter Elektrizitätsmenge dem Atomgewicht der untersuchten Elektrodensubstanz und bei konstantem Atomgewicht der geförderten El.-Menge proportional sein; anderseits muß der absolute Betrag von Φ dem aus der Elektrolyse bekannten Wert 1 Faraday nahekommen. Im experimentellen Teil der Arbeit habe ich nun die Größe Φ durch Variation des Elektrodenmaterials, sowie der in Formel (V) eingehenden übrigen Parameter C, V_0 und ϑ auf ihre Konstanz hin geprüft.

Die experimentelle Bestimmung der eingehenden Größen.

I. Die Anfangsladung CV_0 wurde folgendermaßen bestimmt.

1) D. Roschansky, Ann. d. Phys. **38**, 281, 1911.



In der Figur bedeutet S den Schwingungskreis mit der Kapazität C, Selbstinduktion L und Funkenstrecke f. In die vom Induktor kommende Ladeleitung sind die beiden elektrolytischen Widerstände w_1 und w_2 sowie das hochempfindliche Drehspul-Amperemeter A eingeschaltet[1]). Bezeichnet man mit b die Unterbrechungszahl bezw. Funkenzahl pro Sekunde, mit V_0 die Spannung, bei welcher der Funke eben einsetzt, und mit J die vom Amperemeter A angezeigte Stromstärke, so gilt die Beziehung

$$C_{\text{Far}} V_{\text{Volt}} b = J_{\text{Amp}}. \qquad \text{(VI)}$$

Die Beziehung (VI) ist nur dann erfüllt, wenn keine Partialentladungen auftreten, d. h. wenn die Kapazität C bei jeder Unterbrechung des Primärstromes nur einmal bis zur Spannung V_0 aufgeladen wird; deswegen wurde der Induktorprimärstrom stets peinlich so reguliert, daß der Funke bei f gerade einsetzte.

Als Unterbrecher diente eine von einem Elektromotor angetriebene Quecksilberwippe; die Unterbrechungszahl wurde an einem beständig mitlaufenden Tourenzähler abgelesen. Um die Gültigkeit der Beziehung (VI) für unsern Fall experimentell nachzuprüfen, wurde die Einsatzspannung V_0 einmal aus dem Ladestrom J, das andere Mal aus der Funkenlänge bestimmt. C war dabei durch Vergleich mit zwei Glimmerkondensatoren von Siemens & Halske geeicht. Ich erhielt die folgenden Werte:

Funkenlänge mm	V_0 aus Funkenlänge	V_0 aus Ladestrom
1,5	6700	6410
1,8	7700	7610
2,0	8350	8200
2,0	8350	8000
3,0	11350	11400

Bei konstanter Funkenlänge und Funkenzahl muß J proportional mit C wachsen. Ich erhielt die folgenden Werte:

$C = 2{,}02 \cdot 10^{-9}$ Farad. $\quad J = 14{,}1 \cdot 10^{-5}$ Amp.
$C = 4{,}13 \cdot 10^{-9}$ „ $\quad J = 27{,}3 \cdot 10^{-5}$ „

Bei konstanter Kapazität und Funkenlänge muß J proportional mit b wachsen. Ich erhielt die folgenden Werte:

$$b = 14{,}25 \quad J = 26{,}7 \cdot 10^{-5} \quad \frac{J}{b} = 1{,}88$$

$$b = 8{,}44 \quad J = 16{,}0 \cdot 10^{-5} \quad \frac{J}{b} = 1{,}89.$$

1) 1 Skalenteil $= 1{,}07 \cdot 10^{-5}$ Amp.

Eine Veränderung der Vorschaltwiderstände w_1 und w_2 um das Doppelte, sowie die Einschaltung einer großen Selbstinduktion in den Schwingungskreis bewirkten c. t. p. keine wesentliche Änderung des Ladestromes.

Durch diese Vorversuche erscheint die Brauchbarkeit der Methode erwiesen; sie hat außerdem die Annehmlichkeit, stets den Mittelwert bCV_0 zu geben.

Das Amperemeter A wurde während einer Messung sehr oft abgelesen und das Mittel aus den übrigens sehr konstanten Ausschlägen genommen.

II. Die Bestimmung des logarithmischen Dekrements.

Das logarithmische Dekrement ϑ wurde zunächst bei den Messungen nach der Bjerknesschen Resonanzmethode bestimmt, wegen der vielen dieser Methode anhaftenden Unsicherheiten wurde jedoch später ϑ aus der effektiven Stromstärke im Schwingungskreis ermittelt, und der so gefundene Wert von ϑ den Berechnungen zugrunde gelegt[1]).

Die Methode hat den Vorteil, ein frühzeitiges Abreißen des Funkens zu berücksichtigen. Ist die effektive Stromstärke und die Wellenlänge bezw. Frequenz der Schwingung bekannt, so gilt bei exponentiellem Amplitüdenabfall die Beziehung

$$i_{\text{eff.}}^2 = \frac{bI_0^2}{4N\vartheta},$$

für $i_{\text{eff.}}$ in Amp., λ in Metern, C in Farad., V_0 in Volt wird

$$\vartheta = \frac{bC^2V_0^2}{\lambda i_{\text{eff.}}^2} \cdot 2{,}97 \cdot 10^9, \qquad \text{(VII)}$$

$i_{\text{eff.}}^2$ wurde mit Hilfe von einem Thermoelement T (Figur) mit geringem Widerstand, welches direkt in den Schwingungskreis eingeschaltet wurde, gemessen; λ mit einem Telefunken-Wellenmesser bestimmt, b am Tourenzähler abgelesen, C war durch Eichung bekannt und V_0 nach (VI) berechnet. Bei einem Schwingungskreis, bei welchem diese Größen bekannt sind, gestaltet sich die Messung von ϑ nach dieser Methode außer-

1) Die Schwingungskreise wurden, so weit möglich, genau wie sie bei den Messungen selbst benutzt worden waren, wieder hergestellt und dann ϑ sowohl nach der „$i_{\text{eff.}}^2$"-Methode als auch nach der Bjerknes-Methode gemessen. Der nach der Bjerknes-Methode gefundene Wert fiel jetzt durch die Einschaltung des Thermoelements in den Schwingungskreis naturgemäß etwas größer aus als bei den ersten Messungen. Deshalb wurde die aus der effektiven Stromstärke ermittelte Dämpfung durch Multiplikation mit dem Verhältnis

$$\frac{\text{früher gefundene Resonanzdämpfung}}{\text{neu gefundene Resonanzdämpfung}}$$

entsprechend reduziert. Leider kam durch diese nachträgliche Korrektion eine gewisse Unsicherheit in die Bestimmung von ϑ, so daß diese Größe und damit Φ auf etwa 10 bis 15 Proz. unsicher sein könnte.

ordentlich einfach. Indem man den Ausschlag des mit dem Thermoelement verbundenen Galvanometers während der Messung beobachtet, gewinnt man gleichzeitig den gesuchten Mittelwert der Dämpfung.

Durch Substitution der Gleichung (VI) in (II) und (V) erhalten wir die vereinfachten Ausdrücke

$$Qb = J \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \qquad (II')$$

$$\Phi = \frac{AJ}{\mu} \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right). \qquad (V')$$

Für J in Ampere erhalten wir Qb in Coulomb/sec.

III. Die Bestimmung von μ.

Der sekundliche Gewichtsverlust beider Elektroden wurde in der Weise bestimmt, daß man das Gewicht der Elektroden mitsamt besonderen Haltern vor und nach dem Funkenübergang ermittelte[1]). Da der Gewichtsverlust, den die Elektroden erlitten, sehr klein war, mußte der Funkenübergang längere Zeit aufrecht erhalten werden; der für diese Zeit gefundene Gewichtsverlust wurde auf die Sekunde umgerechnet; die Versuchsdauer betrug 15 Minuten bis zu einer Stunde und die insgesamt erreichten Funkenzahlen betrugen etwa 12 000—51 000, die dabei erhaltenen Gewichtsverluste etwa 1—9 mg. Besonders beim Magnesium mit seinem kleinen Atomgewicht mußte zu hohen Gesamtfunkenzahlen gegriffen werden. Nach der Messung wurden die Elektroden, wie gesagt, vorsichtig abgewischt; blinde Versuche, bei denen die Elektroden zwischen den Wägungen abgewischt und an die Funkenstrecke an- und abgeschraubt wurden, zeigten in diesen Manipulationen keine irgend wesentlichen Fehlerquellen.

Die Elektroden waren, wie gesagt, an besonderen Haltern aus Messing angebracht und diese waren so eingerichtet, daß sich ihre Festklemmung ohne Gewichtsverlust bewerkstelligen ließ.

Resultate der Messungen.

Die Untersuchungen wurden an den Metallen Magnesium, Zinn und Thallium, in den Gasen Sauerstoff und Stickstoff angestellt. Die Gase wurden Bomben entnommen, wobei der Stickstoff noch vorher durch alkalische Pyrogallollösung und über erhitztes Kupfer geleitet wurde; sie strömten langsam durch ein Glasgefäß, in welches der Funke eingeschlossen war.

Bei Thallium und Zinn war der Zustand der Elektroden von Einfluß auf die erhaltenen Gewichtsverluste.

1) Für die liebenswürdige Überlassung einer Wage mit kleiner Schwingungsdauer bin ich der Firma Sartorius in Göttingen zu bestem Dank verpflichtet.

Waren die Thalliumelektroden blank, so ergab sich zunächst ein zu kleiner Gewichtsverlust, der bei weiterem Gebrauch der Elektroden auf seinen normalen Wert stieg und dort stehen blieb (siehe Tabelle I). Dieses konnte seine Ursache darin haben, daß sich zuerst die Oxydation aus thermischen Gründen doch weiter von der Funkenbasis aus auf der Elektrodenoberfläche verbreitete und so eine den Gewichtsverlust teilweise kompensierende Gewichtszunahme bewirkte, ein Umstand, der schließlich wegfiel, wenn die ganze Oberfläche der Elektrode mit einer schützenden festen Oxydschicht bedeckt war. Diese feste Oxydschicht, deren Bildung offenbar nur eine sekundäre Erscheinung ist und mit dem eigentlichen Stromtransport nichts zu tun hat, wurde nach den Messungen natürlich nicht abgewischt, sondern nur der leicht ablösbare Staub von Thalliumoxyd entfernt. Die Messungen III—X sind deswegen immer mit den gleichen schon vorher lange Zeit benutzten Elektroden angestellt worden.

Tabelle I.

	Versuchsdauer		$bCV_0 \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)$	μ
I.	15′	Elektroden blank	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$2{,}83 \cdot 10^{-6}$
II.	15′	Dieselben Elektroden wie bei I	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$3{,}90 \cdot 10^{-6}$
III.	15′	Dieselben Elektroden wie bei II	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$4{,}65 \cdot 10^{-6}$
IV.	30′	Dieselben Elektroden wie bei III	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$4{,}83 \cdot 10^{-6}$

Bei Zinn bemerken wir bei blanken Elektroden zuerst einen zu großen Gewichtsverlust; man sah beim Versuch dabei größere glühende Teilchen von den Elektroden wegfliegen. Nach einigem Gebrauch erreichte μ seinen normalen Wert, wurde aber nach längerem Gebrauch zu klein; dabei wurde schließlich die Elektrodenoberfläche schwammartig durchlöchert und dadurch eine genügende Abwischung des Oxydstaubes unmöglich gemacht, was natürlich ein zu kleines μ zur Folge hatte.

Der Einfluß der Versuchsdauer auf μ bei Zinn ist in Tabelle II wiedergegeben.

Tabelle II.

	Versuchsdauer		$bCV_0 \coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)$	μ
I.	15′	Elektroden blank	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$4{,}83 \cdot 10^{-6}$
II.	15′	Dieselben Elektroden wie in I	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$3{,}25 \cdot 10^{-6}$
III.	30′	Dieselben Elektroden wie in II	$5{,}25 \cdot 10^{-3}$	$1{,}90 \cdot 10^{-6}$
			Mittel	$3{,}3 \cdot 10^{-6}$

Tabelle III.

Nr.	Material	Atomgewicht A	Gewichtsverlust in gr/sec μ	Wellenlänge in m λ	Funkenzahl pro sec b	Kapazität in Faraday C	Einsatzspannung in Volt V_0	Logarithmisches Dekrement ϑ	Geförderte El.-Menge pro sec $bCV_0\coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)$	Φ	Bemerkungen
I	Magnesium	24,2	$5{,}30\cdot10^{-7}$	464	15,0	$2{,}02\cdot10^{-9}$	8050	0,166	$5{,}83\cdot10^{-3}$	2×134000	Variation der Substanz
II	Zinn	118	$3{,}26\cdot10^{-6}$	464	14,0	$2{,}02\cdot10^{-9}$	8760	0,188	$5{,}27\cdot10^{-3}$	2×95000	
III	Thallium	203	$4{,}44\cdot10^{-6}$	464	13,4	$2{,}02\cdot10^{-9}$	8200	0,184	$4{,}82\cdot10^{-3}$	2×110000	
IV	Thallium	203	$2{,}56\cdot10^{-6}$	464	14,1	$2{,}02\cdot10^{-9}$	4700	0,215	$2{,}49\cdot10^{-3}$	2×99000	Variation von V_0
V	Thallium	203	$5{,}12\cdot10^{-6}$	464	14,1	$2{,}02\cdot10^{-9}$	9330	0,182	$5{,}81\cdot10^{-3}$	2×116000	
VI	Thallium	203	$9{,}32\cdot10^{-6}$	464	13,4	$2{,}02\cdot10^{-9}$	9560	0,096	$10{,}8\cdot10^{-3}$	2×118000	Variation von ϑ
VII	Thallium	203	$3{,}47\cdot10^{-6}$	464	13,8	$2{,}02\cdot10^{-9}$	9150	0,254	$4{,}03\cdot10^{-3}$	2×119000	
VIII	Thallium	203	$10{,}30\cdot10^{-6}$	662	13,8	$4{,}13\cdot10^{-9}$	7300	0,158	$10{,}5\cdot10^{-3}$	2×103000	Variation von C
IX	Thallium	203	$6{,}70\cdot10^{-6}$	1370	13,8	$2{,}02\cdot10^{-9}$	8050	0,128	$7{,}05\cdot10^{-3}$	2×107000	
X	Thallium	203	$5{,}94\cdot10^{-6}$	145	14,1	$2{,}02\cdot10^{-9}$	7700	0,146	$5{,}99\cdot10^{-3}$	2×102000	Variation von λ
XI	Magnesium	24,2	$3{,}45\cdot10^{-7}$	464	14,3	$2{,}02\cdot10^{-9}$	9250	0,207	$5{,}12\cdot10^{-3}$	4×90000	Variation d. Gases (in Stickstoff)
XII	Thallium	203	$2{,}66\cdot10^{-6}$	464	13,7	$2{,}02\cdot10^{-9}$	8900	0,172	$5{,}74\cdot10^{-3}$	4×110000	

Die Hauptresultate der Arbeit sind in Tabelle III dargestellt; unter der Rubrik Bemerkungen ist hervorgehoben, welche Größe absichtlich besonders variiert worden war. Wie wir sehen, schwankt die Größe Φ bei den Messungen I—X, die sich auf Sauerstoff beziehen, nur wenig um ihren Mittelwert 2×110000, obgleich das Atomgewicht der verwendeten Metalle sowie die transportierte Elektrizitätsmenge starken Variationen unterworfen wurde. Auch eine Einschaltung von Selbstinduktion in den Schwingungskreis ($C=$ const) hatte keinen wesentlichen Einfluß auf die Größe Φ, wie die Messungen IX und X zeigen, obgleich sich ja das Aussehen des Funkens sowie seine spektralen Eigenschaften ganz wesentlich verändern.

Die Forderung der Konstanz von Φ bei Variation des Atomgewichtes ist in Tabelle IV nochmals zum Ausdruck gebracht, wo wir das Verhältnis der Atomgewichte, sowie das auf gleiche geförderte El.-Menge umgerechnete Verhältnis der beobachteten Gewichtsverluste finden; die gefundenen Zahlen sind leidlich konstant.

Tabelle IV.

Magnesium 24,2, Zinn 118, Thallium 203.

Verhältnis der Atomgewichte	Verhältnis der Gewichtsverluste
$\frac{203}{118}=1{,}72$	1,5
$\frac{203}{24{,}2}=8{,}40$	10
$\frac{118}{24{,}2}=4{,}88$	6,8

Die Forderung der Konstanz von Φ bei gleichem Atomgewicht und variierter El.-Menge illustriert Tabelle V, die sich auf Thalliummessungen bezieht; der Quotient $\frac{\mu}{bCV_0\coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)}$ bleibt gut konstant.

Tabelle V.

Thallium 203.

Gewichtsverlust pro sec μ	Geförderte El.-Menge pro sec $bCV_0\coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)$	$\frac{\mu}{bCV_0\coth\left(\frac{\vartheta}{4}\right)}$
$4{,}44\cdot10^{-6}$	$4{,}82\cdot10^{-3}$	$9{,}2\cdot10^{-4}$
2,56	2,49	10
5,12	5,81	8,8
9,32	10,80	8,6
3,47	4,03	8,6
10,30	10,50	9,8
6,70	7,05	9,5
5,94	5,99	9,9

Es liegen somit offenbar beim Elektrizitätstransport im Funken Beziehungen vor, die den Faradayschen Gesetzen des elektrolytischen Stromtransportes analog sind. In Stickstoff erreicht Φ sowohl bei Magnesium als auch bei Thallium (Zinn wurde nicht untersucht) ca. den doppelten Wert als wie in Sauerstoff, und zwar im Mittel 4×100000 Coulomb pro sec.

Vergleicht man nun den gefundenen Wert von $\Phi=2\times110000$ bzw. 4×100000 Coulomb, d. h. die pro Grammatom eines als einwertig angenommenen Stoffes im Funken transportierte El.-Menge mit dem aus der Elektrolyse bekannten Wert $F=96540$ Coulomb, so kommt, vom Faktor 2 bzw. 4 abgesehen, Φ dem Wert von F recht nahe.

Warum Φ doppelt oder viermal so groß wie F ausfällt, läßt sich auf Grund des vorliegenden Beobachtungsmaterials noch nicht eindeutig

entscheiden: Die Abweichung kann in den folgenden Annahmen begründet sein:

1. Die Metalle sind nicht, wie angenommen wurde, einwertig, sondern besitzen eine höhere Wertigkeit.

2. Das eventuelle Vorhandensein eines geradlinigen an Stelle des vorausgesetzten exponentiellen Amplitudenabfalles würde das so berechnete Φ ungefähr auf die Hälfte bringen.

3. Das Gas, in welches der Funke eingebettet ist, übernimmt einen Teil des Elektrizitätstransportes.

Kurze Zusammenfassung der Resultate:

1. Der Gewichtsverlust, welchen Magnesium-, Thallium- und Zinnelektroden im oszillatorischen Entladungsfunken in O und N zeigen, ist dem Atomgewicht und der geförderten El.-Menge angenähert proportional.

2. Der absolute Betrag der pro Grammatom im Funken geförderten Elektrizitätsmenge kommt, von einem Faktor 2 bzw. 4 abgesehen, dem aus der Elektrolyse bekannten Werte nahe.

Es scheint somit für den Stromtransport im Entladungsfunken der experimentelle Nachweis der Gültigkeit der Faradayschen Gesetze erbracht zu sein.

Die Versuche wurden am Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen ausgeführt.

(Eingegangen 5. März 1912.)

Ist die Masse des Elektrons konstant?

Von W. Schottky.

Definiert man die träge Masse m des Elektrons durch die relativtheoretische Grundgleichung

$$\mathfrak{F} = m \frac{d}{dt} \frac{\mathfrak{q}}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

wobei $\mathfrak{F}$ den Vektor der Gesamtkraft, $\mathfrak{q}$ den Geschwindigkeitsvektor und q den absoluten Betrag der Geschwindigkeit des Elektrons bedeutet, so hat man im allgemeinen m als eine Konstante zu betrachten. Wenigstens scheinen die Beobachtungen an β-Strahlen von radioaktiven Substanzen dieser Voraussetzung zu entsprechen; und auch die relativtheoretische Ableitung führt zunächst zu einer solchen Annahme. Es ist jedoch wohl nicht ganz unbekannt, daß selbst für das negative Elektron die Hypothese einer konstanten Masse der allgemeinen relativtheoretischen Dynamik zufolge nur eine erste Annäherung bedeutet; und eine der Streitfragen der relativtheoretischen Dynamik ist es, die mich veranlaßt, einmal die Aufmerksamkeit auf diesen Punkt hinzulenken. Ich möchte im folgenden an einem besonders gewählten Beispiel zeigen, daß auch bei verschwindender Beschleunigung die Bewegungsgleichung (1) theoretisch um einen angebbaren Betrag unrichtig wird, wenn man m als konstant betrachtet; unter der Annahme einer endlichen Ausdehnung des Elektrons suche ich einen endlichen Ausdruck für die Gesamtkraft anzugeben, die auf ein Elektron wirken kann, ohne ihm eine Beschleunigung zu erteilen.

Um einer naheliegenden Mißdeutung vorzubeugen, möchte ich noch vorweg bemerken, daß die hier behandelte Frage unabhängig ist von der nach der elektromagnetischen oder nicht elektromagnetischen Natur des von dem Elektron ausgeübten Trägheitswiderstandes; dies Problem kann bei der folgenden Untersuchung ganz aus dem Spiele bleiben.

Wir betrachten vorläufig nur Elektronen mit homogener Volumladung und unveränderlich kugelförmiger Ruhgestalt. Ein solches Elektron befinde sich mit seinem Mittelpunkt im Koordinatenanfangspunkt eines Bezugssystems $K^0_{(\xi, \eta, \zeta, \vartheta)}$ in Ruhe; zwei gleiche, ebenfalls negativ geladene Massen mit der gleichen Ladung $-e$, die sich auf zwei entgegengesetzten Seiten der Ξ-Achse in jedem Augenblick in gleicher Entfernung vom Elektronenmittelpunkt befinden, fliegen mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten vom

Fig. 1.

absoluten Betrage w auf das Elektron zu. Dann wird wegen der vollständigen Symmetrie des Vorgangs das Elektron im System K^0 keine resultierende Kraftwirkung erfahren und sich nicht in Bewegung setzen. In einem Bezugssystem $K_{(x, y, z, t)}$ jedoch, das so gewählt ist, daß sich das Elektron in ihm mit der Geschwindigkeit v in der Richtung der positiven X-Achse, die zugleich die Lage und Richtung der positiven Ξ-Achse haben soll, bewegt, ergibt die

Berechnung der in der X-Richtung auf das Elektron wirkenden Gesamtkraft einen von o verschiedenen Wert.

Bezeichnen wir die in der X-Richtung, d. i. in der Richtung der Bewegung in K auf das Elektron wirkende Volumkraft an irgendeiner Stelle mit f, die Gesamtkraft mit F, und das Volumelement mit $d\tau$, so ist

$$F = \int\int f \, d\tau;$$

das Integral ist bei der konstanten Zeit t über das ganze Volum des Elektrons zu erstrecken[1]), dessen Oberfläche in K die Gestalt eines Heaviside-Ellipsoids besitzt. Wir denken uns die Zeitkonstanten so gewählt, daß zwischen den Systemen K und K^0 die Transformationen bestehen:

$$\begin{aligned} x &= \beta(\xi + v\vartheta), \\ y &= \eta, \\ z &= \zeta, \\ t &= \beta\left(\vartheta + \frac{v}{c^2}\xi\right), \end{aligned} \qquad \left[\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right],$$

und betrachten der Einfachheit halber in K den (durch nichts ausgezeichneten) Zeitpunkt $t = 0$. Wir wollen nun das Integral F durch Transformation auf das System K^0 berechnen.

Den allgemeinen Krafttransformationen der Elektrodynamik zufolge ist, da im Bezugssystem K^0 das Elektron keine Geschwindigkeit besitzt:

$$f = \beta f^0;$$

speziell für die Zeit $t = 0$:

$$f_{(t=0)} = \beta f^0_{\left(\vartheta = -\frac{v}{c^2}\xi\right)}.$$

Ferner haben wir $\beta \, d\tau = d\tau^0$; es ist also:

$$F_{(t=0)} = \int f_{(t=0)} \, d\tau = \int f^0_{\left(\vartheta = -\frac{v}{c^2}\xi\right)} d\tau^0;$$

dabei ist in K^0 über die kugelförmige Ruhgestalt des Elektrons zu integrieren.

Um das Integral auszuwerten, entwickeln wir f^0, das nur für kleine Werte von ξ, η, ζ, ϑ berechnet zu werden braucht, in eine Reihe:

$$f^0_{(\xi,\eta,\zeta,\vartheta)} = f^0_{(\xi,\eta,\zeta,0)} + \vartheta \cdot \frac{\partial f^0}{\partial \vartheta}_{(0,0,0,0)} +$$

$$+ \vartheta \cdot \xi \cdot \frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta \, \partial \xi}_{(0,0,0,0)} + \vartheta \cdot \eta \cdot \frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta \, \partial \eta}_{(0,0,0,0)} +$$

$$+ \vartheta \cdot \zeta \cdot \frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta \, \partial \zeta}_{(0,0,0,0)} +$$

$$+ \frac{1}{2}\vartheta^2 \cdot \frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta^2}_{(0,0,0,0)} + \cdots.$$

Setzen wir diese Entwicklung in das Integral $\int\int f^0_{\left(\xi,\eta,\zeta,\vartheta = -\frac{v}{c^2}\xi\right)} d\tau^0$ ein, so verschwindet das Integral $\int\int f^0_{(\xi,\eta,\zeta,0)} d\tau^0$ aus Symmetriegründen; die Glieder mit $\frac{\partial f^0}{\partial \vartheta}$ und $\frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta^2}$ verschwinden ebenfalls, da im Mittelpunkt des Elektrons die Volumkraft f^0 dauernd gleich o ist; es bleiben nur die Glieder mit $\frac{\partial^2 f^0}{\partial \vartheta \, \partial \xi}$ usw. übrig, zu deren Berechnung wir jetzt das von den Ladungen $-e$ in K^0 erregte Feld studieren müssen.

Sei a die in K^0 gemessene Entfernung der als punktförmig angenommenen geladenen Massen vom o-Punkt; r_1 und r_2 seien die Entfernungen eines beliebigen Punktes $P_{(\xi,\eta,\zeta)}$ von den beiden auf der positiven und negativen Seite der Ξ-Achse sich nähernden Punktladungen. Nehmen wir mit erster Annäherung das Feld der Punktladungen als statisch an — höheren Ansprüchen an Genauigkeit würde man durch Einführung eines Faktors $1 - \frac{w^2}{c^2}$ genügen können — so haben wir, bei Benutzung des elektrostatischen Maßsystems:

$$f^0 = -e \cdot \varrho \cdot \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

[$-\varrho$ = Dichte der (homogenen) Ruhladung des Elektrons],

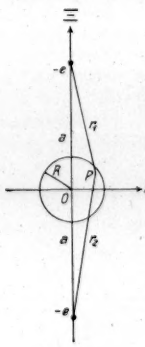


Fig. 2.

[1]) Man hat daran gedacht, die Gesamtkraft durch das Raumintegral über die Ruhkraft f^0 bei konstanter Zeit ϑ zu definieren; doch führt der Versuch, eine Beziehung zwischen dieser Art von Gesamtkraft und der zu einer bestimmten Zeit t im System K gemessenen zeitlichen Ableitung irgendeiner Funktion des Zustandes herzustellen, zu unmöglichen Konsequenzen. Bei der obigen Definition der Gesamtkraft ist, wenn überhaupt eine nur vom Zustand abhängige und in ihrer Gesamtheit zeitlich konstante Bewegungsgröße existiert, wenigstens der Zusammenhang

$$\mathfrak{F} = \frac{d\mathfrak{G}}{dt}$$

der Gesamtkraft $\mathfrak{F}$ mit der Bewegungsgröße $\mathfrak{G}$ des betrachteten Systems gesichert.

also im Innern des Elektrons:

$$\frac{\partial f^0}{\partial \xi} = -e\cdot\varrho\cdot\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) =$$
$$= -e\cdot\varrho\left\{\frac{2}{r_1^3}\cdot\left(\frac{\partial r_1}{\partial \xi}\right)^2+\frac{2}{r_2^3}\left(\frac{\partial r_2}{\partial \xi}\right)^2 - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{r_1}\frac{\partial^2 r_1}{\partial \xi^2}-\frac{1}{r_2}\frac{\partial^2 r_2}{\partial \xi^2}\right\}.$$

Speziell ergibt sich daraus für den o-Punkt zu jeder beliebigen Zeit:

$$\left(\frac{\partial f^0}{\partial \xi}\right)_{(0,0,0,\vartheta)} = -e\cdot\varrho\cdot\frac{4}{a^3}, \qquad (2)$$

da auf der Ξ-Achse $\frac{\partial^2 r_1}{\partial \xi^2}$ und $\frac{\partial^2 r_2}{\partial \xi^2}$ verschwindet und $\left(\frac{\partial r_1}{\partial \xi}\right)^2 = \left(\frac{\partial r_2}{\partial \xi}\right)^2 = 1$ ist, und da für $\xi, \eta, \zeta = 0$ $r_1 = r_2 = a$ zu setzen ist. Dagegen verschwindet $\frac{\partial f^0}{\partial \eta}$ im o-Punkt, da für die Punkte der Ξ-Achse $\frac{\partial r_1}{\partial \eta}$ und $\frac{\partial r_2}{\partial} = 0$ ist; ebenso ist $\frac{\partial f^0}{\partial \zeta} = 0$. Durch Differenzieren von (2) nach ϑ ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 f^0}{\partial \xi\,\partial \vartheta_{(0,0,0,\vartheta)}} = \frac{12\,e\,\varrho}{a^4}\frac{da}{d\vartheta},$$

oder:

$$\frac{\partial^2 f^0}{\partial \xi\,\partial \vartheta_{(0,0,0,\vartheta)}} = -\frac{12\,e\,\varrho}{a^4}w \qquad (3)$$

$\left(\text{wegen } -\frac{da}{d\vartheta} = w\right)$. Dagegen ist

$$\frac{\partial^2 f^0}{\partial \eta\,\partial \vartheta_{(0,0,0,\vartheta)}} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 f^0}{\partial \zeta\,\partial \vartheta_{(0,0,0,\vartheta)}} = 0. \qquad (4)$$

Die Gleichungen (3) und (4) gelten speziell auch für den von uns betrachteten Zeitpunkt $\vartheta = 0$.

Die höheren Glieder in der angegebenen Entwicklung von f^0 können vernachlässigt werden, solange a groß gegen ξ ist; wir führen diese Voraussetzung ein, indem wir der Einfachheit halber die Entfernung der bewegten Ladungen vom Elektron in dem betrachteten Zeitpunkt als groß gegen den Elektronenradius R annehmen.

Wir erhalten also schließlich, wenn wir in der Reihenentwicklung von f^0 für ϑ den Wert $-\frac{v}{c^2}\xi$ einsetzen:

$$F = \int f^0_{\left(\vartheta = -\frac{v}{c^2}\xi\right)} d\tau^0 = \frac{12\,e\,\varrho\,w\,v}{a^4 c^2}\int \xi^2\, d\tau^0. \qquad (5)$$

Das Integral $\int \xi^2\, d\tau^0$, über eine Kugel vom Radius R erstreckt, hat aber, wie man durch Einführung von Polarkoordinaten findet, den Wert $\frac{4\pi}{3}\cdot\frac{R^5}{5}$; setzen wir noch die Gesamtladung $-\frac{4\pi}{3}R^3\cdot\varrho$ des Elektrons $= -\varepsilon$, so folgt aus (5) als Endresultat:

$$F = \frac{12}{5}\cdot\frac{e\,\varepsilon}{a^2}\cdot\frac{v}{c}\cdot\frac{w}{c}\cdot\frac{R^2}{a^2}. \qquad (6)$$

Bezeichnet man die Kraft $\frac{e\,\varepsilon}{a^2}$, die von einer der Ladungen $-e$ in der Ruhe auf das Elektron ausgeübt werden würde, mit Φ, so ist nach (6) das Verhältnis $F:\Phi$ bis auf einen Zahlenfaktor gegeben durch $\frac{v}{c}\cdot\frac{w}{c}\cdot\frac{R^2}{a^2}$, d. h. das Verhältnis der von uns betrachteten Kraft F zu der Kraft Φ ist durch folgende drei Faktoren bestimmt: erstens durch den Quotienten von Elektronengeschwindigkeit und Lichtgeschwindigkeit, zweitens durch das Verhältnis der im System K^0 gemessenen Geschwindigkeit w, mit der die Punktladungen auf das Elektron zufliegen, zur Lichtgeschwindigkeit, drittens durch das Quadrat des Verhältnisses des Elektronenradius zum jeweiligen[1]) in K^0 gemessenen Abstand der Punktladungen vom Elektronenmittelpunkt. Diese drei Faktoren sind nun, wenn man den Elektronenradius nicht als unendlich klein annimmt und endliche Werte von v und w voraussetzt, sicher alle drei von o verschieden. Andererseits kann man das Glied $\frac{e\,\varepsilon}{a^2}$ unabhängig von den übrigen Faktoren durch Vergrößerung der Ladungen $-e$ beliebig groß machen; wir sehen also, daß F nicht nur endliche, sondern sogar beliebig große Werte annehmen kann. Nun hatten wir uns von vornherein davon überzeugt, daß durch diese Kraft das Elektron nicht in beschleunigte Bewegung gesetzt wird; es kann also nach der Relativtheorie auf das Lorentzsche Elektron eine endlich von o verschiedene, sogar unbegrenzt große Gesamtkraft wirken, ohne ihm eine Beschleunigung zu erteilen. Durch die Bewegungsgleichung (1) kann also, wenn man die Masse m als unveränderlich ansieht, die Dynamik des (langsam beschleunigten) Elektrons nicht richtig wiedergegeben werden.

Die bisherige Betrachtung bezieht sich auf das Lorentzsche Elektron mit homogener Volumladung und im Ruhzustand unveränderlicher kugelförmiger Gestalt. Es läßt sich indes zeigen, daß das gefundene Resultat qualitativ von diesen Voraussetzungen unabhängig ist. Zunächst erkennt man aus dem Gang der Rechnung ohne weiteres, daß bei ganz beliebiger, aber im Ruhzustand unveränderlicher Ladungsverteilung die Auswertung der Gesamtkraft F bei dem angenommenen äußeren Feld immer dann einen endlichen Wert ergeben wird, wenn sich endliche Bruchteile der Elektronenladung

[1]) Die Zuordnung der Zeit im System K zu der Zeit im System K^0 ist hierbei diejenige der Ortszeiten im Mittelpunkt des Elektrons.

in endlicher Entfernung voneinander befinden. Für den Fall der homogenen Flächenladung z. B. unterscheidet sich das berechnete Resultat von dem obigen nur dadurch, daß statt des Faktors $\frac{12}{5}$ der Faktor $\frac{12}{3}$ auftritt.

Etwas schwieriger sind die Verhältnisse zu übersehen, wenn sich während des betrachteten Vorganges das Elektron unter dem Einfluß des äußeren Feldes deformiert. Zur Diskussion dieses allgemeineren Falles bedienen wir uns eines von A. Einstein gefundenen Resultates. Nach Einstein (Ann. d. Phys. **23**, 371 ff., 1907) gilt für ein System, auf welches, von einem Bezugssystem K^0 aus betrachtet, unveränderliche elektrostatische Kräfte einwirken, in einem anderen Bezugssystem K die Beziehung:

$$G_v = \frac{v}{c^2}(E^0 - \int f^0 \xi \, d\tau^0). \qquad (7)$$

Hierbei bedeutet v die in K gemessene Geschwindigkeit des betrachteten Systems, G_v die in der Bewegungsrichtung gemessene Bewegungsgröße, E^0 die Ruhenergie; f^0, ξ und $d\tau^0$ haben dieselbe Bedeutung wie oben, und das Integral ist über den ganzen Raum zu erstrecken, in dem äußere Kräfte auf das System wirken. Wir gehen nun wieder auf unser Beispiel ein. Die Verhältnisse seien die oben angegebenen, nur nehmen wir, den Voraussetzungen der Formel (7) entsprechend, in K^0 einen statischen Anfangs- und Endzustand an. Im Anfangszustand sollen sich die Ladungen $-e$ in sehr weiter Entfernung vom Elektron in Ruhe befinden. Die Ruhenergie E^0 des Elektrons hat dann ihren Normalwert, der, wie man aus der Bedingung des stabilen Gleichgewichts schließen kann, zugleich ein Minimalwert ist. Das Integral $\int f^0 \xi d\tau^0$ ist wegen des Verschwindens der äußeren Kräfte $= 0$. Im Endzustand mögen sich die Ladungen $-e$ in endlicher konstanter Entfernung A vom Elektron befinden; die Überführung vom Anfangs- in den Endzustand möge in symmetrischer Weise erfolgt sein. In diesem Endzustand ist der Term $\int f^0 \xi \partial \tau^0$ bei endlicher Ausdehnung des Elektrons sicher endlich von 0 verschieden, und zwar negativ, da die Kräfte f^0 das Elektron nach der Ebene $\xi = 0$ hin zusammenzudrücken streben, also das entgegengesetzte Vorzeichen wie ξ besitzen. Die Änderung der Ruhenergie muß, wie wir schon bemerkten, > 0 sein. Es sind also die Änderungen der Ruhenergie und des Kraftintegrals von entgegengesetzten Vorzeichen, und die Differenz dieser Änderungen ist von 0 verschieden. G_v muß sich demnach um einen endlichen Betrag geändert haben; es muß also während des Vorganges, dessen Zeitdauer wir nicht unendlich groß annehmen, in K eine endliche Gesamtkraft F auf das Elektron gewirkt haben, ohne es zu beschleunigen.

Der Satz, den wir zunächst für das Lorentzsche Elektron aufstellten, gilt also auch für das im Ruhzustand beliebig deformierbare.

Verschwinden würde die betrachtete Art von Gesamtkraft nur dann, wenn man die Ladung des Elektrons punktförmig annähme. Doch ist bekannt, daß diese Annahme zu einem Widerspruch mit dem Energieprinzip führt, da sich in diesem Falle bei jeder Bewegungsänderung des Elektrons dessen elektromagnetische Energie um einen unendlich großen Betrag ändern müßte.

Verhältnisse, wie die hier gefundenen, haben nun in der relativtheoretischen Dynamik durchaus nichts Außergewöhnliches mehr; ähnlichen Fällen begegnet man überall in der Dynamik materieller Systeme. Was derartigen Betrachtungen speziell in der Anwendung auf das negative Elektron eine gewisse weitergehende Bedeutung verleiht, ist die Verknüpfung mit einer Grundfrage der relativtheoretischen Dynamik. Untersuchungen von Hasenöhrl, Einstein, Planck, Abraham u. a. haben gezeigt, daß Systeme, deren innerer Zustand veränderlich ist, im allgemeinen nicht den einfachen Bewegungsgleichungen (1) genügen. Für die Mechanik deformierbarer Körper sind die neuen Grundgleichungen von Planck und Herglotz aufgestellt worden; Ausdrücke für die Bewegungsgröße materieller Systeme, die von der Einführung spezieller Zustandsvariabeln unabhängig sind, haben Einstein (Jahrb. f. Rad. u. El. **4**, 411, 1907) und, in etwas vollständigerer Form, M. Laue (Ann. d. Phys. **35**, 1911) angegeben. Ich selbst habe mich bemüht, die Systeme, die in der Relativtheorie mit nächster Annäherung an Stelle der „Systeme mit konstanter Masse" einzuführen sind, möglichst genau zu definieren, ihre Grundgleichungen abzuleiten und ihre Dynamik — mit Einschluß der dabei auftretenden Nebenprobleme — an einigen typischen Fällen ins einzelne zu verfolgen[1]). Es stellte sich dabei heraus, daß Systeme, die ich als „bewegte quasistatische" bezeichne (charakterisiert durch ihre Geschwindigkeit, ihre Ruhenergie und eine longitudinale und transversale „Ruhspannungsgröße") sich bei den meisten Problemen der relativtheoretischen Dynamik als Grundelemente verwenden lassen; eine andere Frage, die hierbei nicht umgangen werden konnte, war die, ob die Einführung solcher Systeme auch notwendig sei.

Denn im Gegensatz zu der geschilderten Entwicklungsreihe sind in den letzten Jahren hin

1) „Zur relativtheoretischen Energetik und Dynamik", Berl. Diss., Weida 1912.

und wieder Bemerkungen gemacht worden, die die scheinbare Veränderlichkeit der Masse (bzw. das Auftreten unerwarteter Zusatzkräfte) auf Grund von molekularen Vorstellungen zu erklären versuchten und somit die relativtheoretische Dynamik doch letzten Endes wieder auf die von Systemen mit konstanter Masse zurückzuführen schienen (z. B. von H. A. Lorentz in seinen Göttinger Vorträgen 1910[1]), 2. und 3. Vorlesung). Und in der Tat, wenn man sich in der Relativtheorie mit Systemen beschäftigt, deren Bewegungsgröße in Abhängigkeit vom inneren Zustande nur durch komplizierte Ausdrücke angegeben werden kann, so liegt immer die Frage nahe, ob diese Schwierigkeiten nicht etwa nur davon herrühren, daß man ein zu kompliziertes System als Einheit betrachtet, und ob man nicht bedeutend einfachere Verhältnisse antreffen würde, wenn man zu elementareren Gebilden hinabstiege. So kann man z. B. vermuten, daß die Änderung der Bewegungsgröße durch Wärmezufuhr nicht mehr berücksichtigt zu werden braucht, wenn man statt eines Systems von vielen gegeneinander schwingenden materiellen Teilchen die einzelnen Teile, etwa die Atome oder Elektronen, selbst als elementare Einheiten herausgreift, die dann, jedes für sich, als System mit konstanter (relativtheoretischer) Masse zu betrachten wären; und wirklich liefert der Umstand, daß in der Relativtheorie die Bewegungsgröße auch bei Teilchen mit konstanter Masse nicht linear von der Geschwindigkeit abhängt, für ein System von vielen solchen gegeneinander bewegten Teilchen eine Abhängigkeit der Bewegungsgröße von deren oszillatorischer Bewegung. Ebenso könnte man auf den Gedanken kommen, daß die Dynamik deformierbarer Medien nur deshalb mit Elementen von veränderlicher Masse zu rechnen hat, weil die zwischen den kleinsten Teilchen wirkenden Kräfte nicht genau dem Reaktionsprinzip gehorchen; würde man die Kraftwirkungen von Molekül zu Molekül verfolgen, so wäre vielleicht die durch diesen Umstand herbeigeführte scheinbare Veränderlichkeit der Masse zu eliminieren, und man dürfte die Elementarteilchen wiederum als Systeme mit konstanter Masse betrachten. Es ist klar, daß die Entscheidung darüber, welches denn nun eigentlich der Grundtyp der relativtheoretischen Dynamik sei, das System mit veränderlicher oder mit konstanter Masse, nur durch die Untersuchung der kleinsten materiellen Einheiten geliefert werden kann, die wir kennen. Diese kleinsten Einheiten sind die negativen Elektronen. Wir haben nun gesehen, daß selbst das negative Elektron nicht genau als System mit konstanter Masse zu betrachten ist. Damit ist die Entscheidung gegeben: unseren jetzigen Kenntnissen nach können nicht die Grundgleichungen (1) für Systeme mit konstanter Masse, sondern nur Bewegungsgleichungen von allgemeinerer Form als Grundlage der relativtheoretischen Dynamik gelten.

Steglitz, den 16. März 1912.

(Eingegangen 1. April 1912.)

1) Referat: diese Zeitschr. 11, 1234—57, 1910.

Theorie der spezifischen Wärmen von binären Flüssigkeitsgemischen.

Von Alfred Schulze.

In mehreren Arbeiten[1]) habe ich die spezifischen Wärmen von binären Flüssigkeitsgemischen untersucht. Es waren dort nur die experimentellen Ergebnisse mitgeteilt. Bei fast allen Gemischen hat sich nämlich gezeigt, daß die spezifischen Wärmen und ebenso natürlich die Molekularwärmen ziemlich beträchtliche Abweichungen von der Mischungsregel aufweisen. Alle möglichen theoretischen Untersuchungen wurden daran geknüpft, um die Abweichungen zu erklären, jedoch kam man dabei nicht zu befriedigenden Resultaten.

Neuerdings ist schon öfter die Vermutung laut geworden, daß diese Abweichungen der spezifischen Wärmen der Gemische von der Mischungsregel auf molekulare Änderungen, die beim Mischen der beiden Flüssigkeiten eintreten, zurückzuführen seien. In welcher Weise diese jedoch vor sich gehen, und welches der wirkliche innere Grund der Abweichungen ist, konnte bisher nicht ermittelt werden.

Dolezalek[2]) hat nun die binären Gemische in bezug auf ihre Molekularkonstitution untersucht, und hat somit die Abweichungen erklären können, wie sie sich bei den Dampfdrucken der Gemische bemerkbar machen. Er hat gezeigt, daß bei solchen Flüssigkeiten, die nur Monomoleküle enthalten und die beim Mischen keine chemische Verbindung eingehen, die Dampfdrucke der Gemische geradlinig verlaufen, daß ferner bei solchen Gemischen, die eine chemische Verbindung aufweisen, die Dampfdrucke kleiner sind, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen, und daß endlich bei Assoziationsgemischen, wo also eine der beiden Komponenten höhere Molekülkomplexe enthält, die Dampfdrucke größer sind, als wie es ursprünglich die Mischungsregel verlangt. Diese Abweichungen zeigen für die betreffende Art der molekularen

1) A. Schulze, Verh. d. D. phys. Ges. 14, Nr. 4, 189, 1912; ebenda 14, Nr. 5, 258, 1912; ebenda 14, Nr. 6, 344, 1912.
2) F. Dolezalek, Zeitschr. f. phys. Chem. 64, 727, 1908; ebenda 71, 191, 1910.

Umwandlung eine ganz charakteristische Gestalt, so daß man daraus sofort ersehen kann, welcher molekulare Vorgang sich abgespielt hat.

Ganz analoge Erscheinungen zeigten sich auch bei den Volumenänderungen und dem langwelligen Refraktionsvermögen[1]) von binären Gemischen, wo man sofort aus der Art der Abweichungen von der Mischungsregel entnehmen konnte, welche molekularen Umwandlungen stattgefunden haben.

Aus den experimentellen Ergebnissen der spezifischen Wärmen von binären Gemischen ersieht man nun in ganz entsprechender Weise, daß für solche Gemische, die sich nach Dampfdruckmessungen als ideal erweisen, die spezifischen Wärmen und analog die Molekularwärmen ebenfalls geradlinig verlaufen. Ferner hat sich ergeben, daß die spezifischen Wärmen derjenigen Gemische, die der Dolezalekschen Theorie gemäß eine chemische Verbindung aufweisen, größer sind, als sie sich nach den Mischungsregeln berechnen lassen. (Diese Kurven liegen mithin konkav gegen die Horizontalachse.) Dies zeigte sich z. B. bei den Gemischen Äthyläther-Chloroform, Azeton-Chloroform, Benzol-Äthyläther usw. Bei Assoziationsgemischen sind die spezifischen Wärmen und Molekularwärmen kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen, wie z. B. bei Benzol-Tetrachlorkohlenstoff, Äthyläther-Azeton, Benzol-Nitrobenzol usw. (in diesem Fall sind die Kurven konvex gegen die Horizontalachse). Es finden sich also drei charakteristische Typen von Kurven bei den binären Gemischen, die sich immer wieder vorfinden und das Obige bestätigen. Ein leicht festzustellendes Merkmal, wie die Kurve der spezifischen Wärme bezw. der Molekularwärme verlaufen muß, gibt ja die Wärmetönung. Denn ist dieselbe positiv, dann handelt es sich um Verbindungsbildung, ist sie dagegen negativ, so ist Assoziation vorhanden. Man hat mithin an der Wärmetönung einen guten Anhaltspunkt, wie die Kurve der spezifischen Wärme verlaufen soll. Dies ergab sich ausnahmslos bei allen von mir untersuchten Flüssigkeitsgemischen. Somit findet sich hier bei all diesen Gemischen qualitativ bestätigt, was Dolezalek betreffs ihrer Molekularkonstitution aus den Dampfspannungen gefolgert hatte.

Es erübrigt sich nun noch, zu zeigen, daß dem auch quantitativ so ist, um es dann an Hand der Dolezalekschen Theorie zu begründen.

I. Ideales Gemisch.

Es läßt sich die spezifische Wärme eines Gemisches (Cg) darstellen durch die Gleichung:

$$Cg = C_a p_a + C_c p_c, \qquad (1)$$

wo C_a und C_c die spezifischen Wärmen der Komponenten bedeuten und p_a, p_c die zugehörigen Massenbrüche (das heißt die Massen der beiden Komponenten in 1 g Mischung); es muß dann also sein:

$$p_a + p_c = 1.$$

Will man zu den Molekularwärmen gelangen, so muß man statt der Massenbrüche die Molenbrüche einführen. Der „Molenbruch" (q_a) ist definiert durch das Verhältnis der Molekülzahl der betreffenden Gattung zur Gesamtzahl der vorhandenen Moleküle, das heißt also:

$$q_a = \frac{\frac{p_a}{m_a}}{\frac{p_a}{m_a} + \frac{p_c}{m_c}},$$

wo m_a und m_c die Molekulargewichte der Komponenten bedeuten. Analog ergibt sich für:

$$q_c = \frac{\frac{p_c}{m_c}}{\frac{p_a}{m_a} + \frac{p_c}{m_c}},$$

wo wiederum:

$$q_a + q_c = 1$$

ist. Aus den letzten Gleichungen folgt für den Massenbruch:

$$p_a = \frac{m_a q_a}{m_a q_a + m_c q_c}$$

$$p_c = \frac{m_c q_c}{m_a q_a + m_c q_c}.$$

Dies in Gleichung (1) eingeführt, ergibt die Molekularwärme des Gemisches:

$$Cg\,(m_a q_a + m_c q_c) = C_a m_a \cdot q_a + C_c m_c q_c. \qquad (2)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung gibt die Mischungsregel, und die linke Seite stellt die beobachteten Werte dar. Handelt es sich um ein ideales Gemisch — wie es Benzol-Äthylenchlorid bei 50° ist (siehe Tabelle 1) —, so muß die rechte Seite mit der linken übereinstimmen,

Tabelle 1.

Benzol-Äthylenchlorid bei 50°.

q_a*)	Cg	$Cg(m_a q_a + m_c q_c)$
0,0	0,5270	41,13
0,2	0,4770	39,14
0,4	0,4298	37,14
0,5	0,4084	36,14
0,6	0,3879	35,14
0,8	0,3497	33,14
1,0	0,3145	31,15

*) q_a = Molenbruch Äthylenchlorid
$m_a = 98{,}95$
$m_c = 78{,}05$.

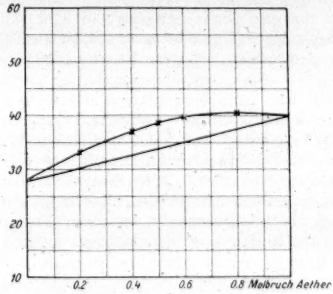
1) A. Schulze, Zeitschr. f. Elektrochem. **18**, 77, 1912.

d. h. in diesem Falle, wo also keine molekularen Änderungen auftreten, verlaufen die Molekularwärmen der Gemische geradlinig.

II. Gemisch, in dem eine chemische Bindung vorhanden ist.

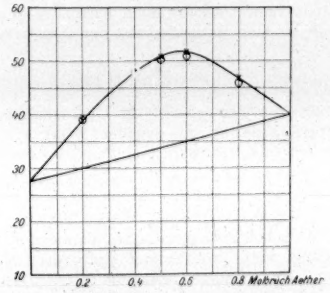
a) Äthyläther-Chloroform.

Sowie nun beim Mischen eine Änderung in der Molekularkonstitution auftritt, stimmen die beiden Seiten der Gleichung (2) nicht mehr überein. Die Differenz der beiden Seiten gibt



Analytische Molekularwärme von Äther-Chloroform bei +20°.

Fig. 1.



Wahre Molekularwärme von Äther-Chloroform bei +20°.

Fig. 2.

dann die Abweichung von der Mischungsregel. Diese ist beim Äther-Chloroformgemisch, wie in meiner ersten Arbeit ersichtlich, gerade recht bedeutend; sie beträgt bei 20° für ein molekulares Gemenge ungefähr 10 Proz. Für 20° sind die spezifischen Wärmen und die Molekularwärmen in der Tabelle 3 zusammengestellt; Fig. 1 zeigt dann die „analytische Molekularwärme" des Äther-Chloroformgemisches bei 20°, wobei die linke Seite der Gleichung:

$$Cg\,(m_a q_a + m_c q_c) = C_a m_a q_a + C_c m_c \cdot q_c$$

die Kurve darstellt, während die rechte Seite die Gerade ergibt. Wir sehen also, daß, wenn die Beobachtungsfehler auch noch so groß wären, niemals Übereinstimmung zwischen den beiden Seiten obiger Gleichung eintreten kann.

Nun hat Dolezalek[1]) aus den Dampfdruckkurven von diesem Gemisch geschlossen und hernach theoretisch bewiesen, daß Äther und Chloroform beim Mischen eine chemische Verbindung eingehen; und zwar ist die Verbindung derart, daß ein Molekül Äther sich mit einem Molekül Chloroform verbindet. Das Gemisch enthalte nun pro 1 Molekül Äther ν Moleküle Chloroform. Bezeichnet man mit Z_a und Z_c die Zahl der noch unverbundenen Moleküle von Äther und Chloroform, mit Z_{ac} die Molekülzahl der entstandenen Verbindung, so ist:

$$Z_a + Z_{ac} = 1$$

$$Z_c + Z_{ac} = \nu = \frac{q_c}{q_a}.$$

Wir haben mithin in einem Gemisch nicht zwei Molekülgattungen, sondern drei, den unverbundenen Äther, das unverbundene Chloroform und die Verbindung: Chloroformäther. Da nun der Molenbruch das Verhältnis einer Molekülgattung zur Gesamtzahl der vorhandenen Moleküle ist, so haben wir naturgemäß auch nicht mehr zwei Molenbrüche (die analytischen q_a und q_c) zu berücksichtigen, sondern drei, x_a, x_{ac}, x_c. Der Definition gemäß ergibt sich für sie:

$$x_a = \frac{Z_a}{Z_a + Z_{ac} + Z_c}$$

$$x_{ac} = \frac{Z_{ac}}{Z_a + Z_{ac} + Z_c}$$

$$x_c = \frac{Z_c}{Z_a + Z_{ac} + Z_c},$$

wo wiederum:

$$x_a + x_{ac} + x_c = 1$$

ist. Dies sind dann die „wahren Molenbrüche", d. h. diese kennzeichnen die tatsächlich vorhandene Molekularkonstitution[2]). Zwischen dem analytischen und dem wahren Molenbruch besteht dann die Gleichung:

$$q_a = \frac{x_a + x_{ac}}{1 + x_{ac}}.$$

1) F. Dolezalek, Zeitschr. f. phys. Chem. **71**, 191, 1910.

2) q_a und q_c geben also die Anzahl der Mole an, wie sie ursprünglich abgewogen waren, d. h. wie sie vor dem Mischen vorhanden waren; x_a, x_{ac}, x_c dagegen geben die Anzahl der Mole an, wie sie infolge des Mischens jetzt vorhanden sind. Im Gegensatz zu den letzteren, den „wahren Molenbrüchen", nennen wir q_a und q_c die „analytischen Molenbrüche", und die mit diesen zusammengesetzten spezifischen Wärmen die „analytischen Molekularwärmen"; entsprechend heißen die anderen die „wahren Molekularwärmen". — Bei dem Gemisch Benzol-Äthylenchlorid (50°) ist natürlich die analytische Molekularwärme gleich der wahren.

Um die Molekülzahl Z_{ac} der entstandenen Verbindung angeben zu können, muß die Gleichgewichtskonstante K aus dem Massenwirkungsgesetz bekannt sein. Dies hat folgende Form:

$$K = \frac{Z_{ac}(Z_a + Z_{ac} + Z_c)}{Z_a \cdot Z_c}$$

oder in Molenbrüchen ausgedrückt:

$$x_{ac} = K \cdot x_a \cdot x_c .$$

Dann kann man aus dem Ausdruck:

$$Z_{ac} = \frac{1}{2q_a}\left|1 - \sqrt{1 - 4q_a q_c \frac{K}{K+1}}\right|$$

die Menge der Verbindung und somit auf Grund obiger Gleichungen die ganze Molekularkonstitution berechnen.

Unter diesen Umständen kann die Gleichung (2) für die Molekularwärmen nicht mehr gelten; wir haben dann bei dem Äther-Chloroformgemisch nicht mehr zwei, sondern drei Komponenten, den unverbundenen Äther, das unverbundene Chloroform und die Verbindung Chloroformäther. Es müssen demgemäß auch statt der analytischen Molenbrüche die wahren Molenbrüche eingeführt werden. Wir erhalten dann die Gleichung:

$$\begin{aligned} Cg\,(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c) = {} & C_a \cdot m_a \cdot x_a + \\ & + C_{ac} m_{ac} x_{ac} + C_c m_c x_c \end{aligned} \quad (3)$$

wo $C_{ac} m_{ac}$ die Molekularwärme der Verbindung bedeutet. Die linke Seite entspricht der „wahren Molekularwärme".

Aus neueren Untersuchungen hat sich ergeben, daß die Verbindungskonstante für 20°

$$K = 2{,}96$$

ist[1]). Unter dieser Voraussetzung ergibt die Tabelle 2 die Molekularkonstitution. Wenn

Tabelle 2.

q_a	x_a	x_{ac}	x_c
0,1	0,0296	0,0782	0,8922
0,2	0,0710	0,1613	0,7677
0,3	0,1304	0,2422	0,6273
0,4	0,2164	0,3060	0,4776
0,5	0,3344	0,3312	0,3344
0,6	0,4776	0,3060	0,2164
0,7	0,6273	0,2422	0,1304
0,8	0,7677	0,1613	0,0710
0,9	0,8922	0,0782	0,0296

1) Dieser neue Wert der Gleichgewichtskonstanten ist kürzlich erst von Dolezalek auf Grund guter, nach der dynamischen Methode ausgeführten Dampfdruckmessungen von Kohnstam und van Dalfsen berechnet worden. Aus den älteren, nach der Barometermethode ausgeführten und daher erheblich weniger genauen Messungen von Guthrie ergab sich der kleinere Wert: $K = 1{,}7$. Der neuere Wert schließt sich dem gesamten Beobachtungsmaterial noch erheblich besser an.

diese bekannt ist, kann die wahre Molekularwärme:

$$Cg\,(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c)$$

berechnet werden. Was nun die rechte Seite der Gleichung (3) angeht, so bedarf das zweite Glied noch einer erläuternden Bemerkung. Es ist nämlich C_{ac} nur die „scheinbare spezifische Wärme" der Verbindung. Denn in ihr ist außer der wirklichen spezifischen Wärme der Verbindung noch die chemische Wärme enthalten. Das heißt: Wenn ich das Gemisch, in dem die chemische Verbindung vorhanden ist, um mehrere Grade erwärme, so wird mit zunehmender Temperatur naturgemäß die Menge der Verbindung geringer. Es wird infolgedessen ein Teil der Verbindungsmoleküle gespalten, wozu eine ganz bestimmte Wärmemenge verbraucht wird. Diese chemische Wärme ist es noch, die zu der eigentlichen spezifischen Wärme des Gemisches hinzukommt. Diese beiden Arten der Wärme, die in einem solchen Gemisch vorhanden sind, lassen sich ohne weiteres nicht trennen. Allerdings ist es auf thermodynamischem Wege möglich, die beiden Arten von Wärmen getrennt zu bekommen. Wenn nämlich sehr exakte Dampfspannungsmessungen bei verschiedenen Temperaturen in der Gegend von 20° gemacht werden, so können aus den Dampfdruckkurven für die verschiedenen Temperaturen (19°, 20°, 21°...) die Gleichgewichtskonstanten berechnet werden. Somit ist man imstande, aus der Gleichung:

$$\frac{d \log K}{dT} = -\frac{Q}{R T^2} \quad (4)$$

(T absolute Temperatur, R Gaskonstante, Q Wärmetönung) einen genauen Wert für die Wärmetönung zu erhalten, und aus dieser wiederum den wirklichen Wert für die spezifische Wärme der Verbindung. Wenn ich diese kenne, ergibt sich ja die chemische Wärme ohne weiteres.

Die scheinbare spezifische Wärme der Verbindung zeigt beim Verlauf der ganzen Kurve einen sehr schönen konstanten Wert; man erhält als Mittelwert:

$$C_{ac} \cdot m_{ac} = 84{,}03 ,$$

also

$$C_{ac} = 0{,}4343 .$$

Wenn man die Kurve mit diesem Mittelwert rechnet, so ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen dem beobachteten und dem berechneten Wert, wie die beiden letzten Spalten der Tabelle 3 zeigen. Siehe dazu Fig. 2; es bedeuten darin × die beobachteten Werte (d. h. diejenigen Werte, die der linken Seite der Gleichung (3) entsprechen) und ○ die berechneten Werte (d. h. diejenigen, die sich aus der rechten Seite der Gleichung ergeben).

Tabelle 3.
Äther-Chloroform bei $+20^0$.

q_a	Cg	$Cg(m_a q_a + m_c q_c)$	$C_a m_a q_a + C_c m_c q_c$	$Cg(m_a x_a + m_{ac} \cdot x_{ac} + m_c x_c)$	$C_a m_a x_a + C_{ac} m_{ac} x_{ac} + C_c m_c x_c$
0,0	0,2338	27,91	27,91	27,91	27,91
0,2	0,2983	32,91	30,31	38,22	39,21
0,4	0,3674	37,21	32,71	48,59	48,53
0,5	0,4011	38,80	33,90	51,65	51,11
0,6	0,4313	39,76	35,10	51,94	51,19
0,8	0,4823	40,10	37,50	46,57	46,28
1,0	0,5385	39,89	39,89	39,89	39,89

Man sieht daraus, daß die Theorie tatsächlich die aus den Dampfdruckmessungen von Dolezalek gezogenen Folgerungen bestätigt. Denn die beobachtete und die berechnete Kurve decken sich fast vollständig, und somit zeigt sich auch bei den Molekularwärmen, ebenso wie bei dem langwelligen Refraktionsvermögen und den anderen Eigenschaften dieses Gemisches, daß Äther und Chloroform beim Mischen eine chemische Verbindung eingehen, wie sie Dolezalek aus den Dampfdrucken berechnet hat.

Tabelle 4.

q_a	$m_a q_a + m_c q_c$	$m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c$
0,0	119,39	119,39
0,2	110,33	128,13
0,4	101,27	132,25
0,5	96,735	128,77
0,6	92,194	120,42
0,8	83,142	96,59
1,0	74,080	74,03

Die Tabelle 4 gibt die „analytischen“ und „wahren“ Molekulargewichte wieder. Es zeigt sich, daß die letzteren infolge der Verbindung bedeutend größer sind. Daher sind diese auch von der Temperatur abhängig und werden mit abnehmender Temperatur größer.

Aus der Gleichung (3) für die Molekularwärmen ersieht man, daß diese sich auch für Gemische additiv zusammensetzen, und daß mithin die Abweichung der Molekularwärmen von der Mischungsregel nur eine scheinbare ist. Man hat nämlich die Mischungsregel nicht mit den ursprünglich angewandten Mengen der beiden Komponenten anzusetzen, sondern mit den drei durch den Vorgang der Mischung modifizierten Mengen. Mithin ist erwiesen, daß die Molekularwärmen und ebenso die spezifischen Wärmen (denn für diese lassen sich ganz analoge Betrachtungen mit den Massenbrüchen durchführen) eines Gemisches, das eine chemische Verbindung aufweist, tatsächlich die Mischungsregel erfüllen.

b) Azeton-Chloroform.

Die Gültigkeit dieses Gesetzes findet sich bestätigt an dem Gemisch Azeton-Chloroform, das — wie in der ersten Arbeit angedeutet — ebenfalls eine chemische Verbindung zeigt. Dies Gemisch hat Dolezalek[1]) für die Temperatur von 35^0 berechnet. Er findet hier ganz analog, daß sich beim Mischen ein Molekül Azeton an ein Molekül Chloroform anlagert, der Reaktionsgleichung gemäß:

$$\text{Azeton} + \text{Chloroform} \rightleftarrows \text{Azetonchloroform}.$$

Die Verbindung setzt sich hier in eben derselben Weise zusammen, wie beim Äther-Chloroformgemisch. Da sich also genau dieselben chemischen Vorgänge abspielen, ist der ganze Formelapparat für dies Gemisch derselbe, wie für das vorige.

Die Verbindungskonstante für 35^0 hat W. Bein[2]) auf Grund der Dolezalekschen Theorie sehr genau berechnet; er findet:

$$K = 1{,}084.$$

Mit dieser Konstanten ist die gesamte Molekularkonstitution berechnet; sie findet sich in der Tabelle 5.

Tabelle 5.

q_a	x_a	x_{ac}	x_c
0,2	0,1193	0,1008	0,7798
0,4	0,2876	0,1577	0,5546
0,5	0,4092	0,1815	0,4092
0,6	0,5546	0,1577	0,2876
0,8	0,7798	0,1008	0,1193

Für die analytische Molekularwärme dieses Gemisches gilt wieder die Gleichung:

$$Cg(m_a q_a + m_c q_c) = C_a m_a q_a + C_c m_c \cdot q_c,$$

und für die wahre Molekularwärme:

$$Cg(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c) = C_a m_a x_a + C_{ac} m_{ac} x_{ac} + C_c m_c x_c.$$

1) F. Dolezalek, Zeitschr. f. phys. Chem. **64**, 727, 1908.

2) W. Bein, Zeitschr. f. phys. Chem. **66**, 257, 1909.

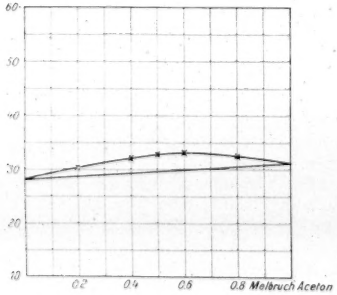
Tabelle 6.

Azeton-Chloroform bei $+35^0$.

q_a	Cg	$Cg(m_a q_a + m_c q_c)$	$C_a m_a q_a + C_c m_c q_c$	$Cg(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x)$	$C_a m_a x_a + C_{ac} m_{ac} x_{ac} + C_c m_c x_c$
0,0	0,2354	28,10	28,10	28,10	28,10
0,2	0,2783	29,81	28,66	32,81	33,36
0,4	0,3325	31,54	29,22	36,87	36,61
0,5	0,3648	32,37	29,49	38,24	38,12
0,6	0,3918	32,61	29,77	37,31	37,35
0,8	0,4592	32,29	30,33	35,54	35,19
1,0	0,5320	30,88	30,88	30,88	30,88

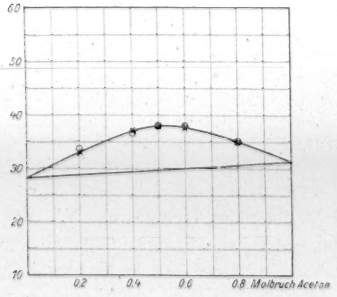
Die zugehörigen Werte sind alle in der Tabelle 6 zusammengestellt. Es zeigt sich wieder in den beiden letzten Spalten eine gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung. (Die Fig. 3 und 4 stellen die analytische und die wahre Molekularwärme dar.) — Für die „scheinbare Molekularwärme" der Verbindung ergibt sich als Mittelwert:

$$C_{ac} \cdot m_{ac} = 77{,}01 .$$



Analytische Molekularwärme von Azeton-Chloroform bei $+35^0$.

Fig. 3.



Wahre Molekularwärme von Azeton-Chloroform bei $+35^0$.

Fig. 4.

Die Tabelle 7 gibt die Molekulargewichte der Gemische an.

Tabelle 7.

q_a	$m_a q_a + m_c q_c$	$m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c$
0,0	119,39	119,39
0,2	107,12	117,91
0,4	94,85	110,89
0,5	88,72	104,81
0,6	82,59	94,51
0,8	70,32	77,40
1,0	58,05	58,05

Wir finden also auch bei dem Gemisch Azeton-Chloroform bestätigt, daß die spezifischen Wärmen bezw. die Molekularwärmen nach der Mischungsregel — allerdings in der modifizierten Form — gehen.

III. Assoziationsgemisch.

Benzol-Tetrachlorkohlenstoff.

Aus den Dampfdruckmessungen des Gemisches Benzol-Tetrachlorkohlenstoff hat Dolezalek[1]) berechnet, daß der Tetrachlorkohlenstoff eine assoziierte Flüssigkeit ist, wie sich dies auch bei dem langwelligen Refraktionsvermögen[2]) bestätigt.

Im Gegensatz zu den Verbindungsgemischen liegt hier die Kurve der Molekularwärmen unterhalb der Mischungsgeraden. Es ist mithin die Gleichung für die analytische Molekularwärme:

$$Cg(m_b q_b + m_c q_c) = C_b m_b q_b + C_c m_c q_c \quad (5)$$

hier auch nicht mehr erfüllt[3]).

Es fragt sich nun, welche Gleichung hier gelten muß, damit sie der wahren Molekularkonstitution entspricht.

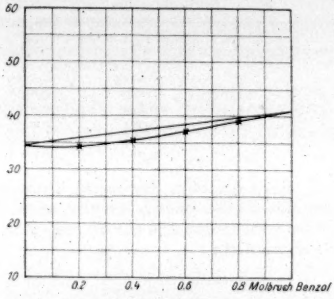
Auf Grund der Dolezalekschen Theorie wissen wir, daß das Kohlenstofftetrachlorid außer den Monomolen noch Bimole enthält. Nun

1) F. Dolezalek, Zeitschr. f. phys. Chem. **64**, 727, 1908.

2) A. Schulze, Zeitschr. f. Elektrochem. **18**, 77, 1912.

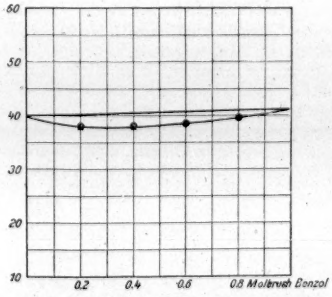
3) Alle Größen mit dem Index *b* beziehen sich auf das Benzol, und alle Größen mit dem Index *c* auf das Kohlenstofftetrachlorid.

sehen wir aus Fig. 5, wo die analytische Molekularwärme von Benzol-Tetrachlorkohlenstoff bei 50° dargestellt ist, daß bei dem Aufspalten von den zweifachen Molekülen die Molekularwärme fällt. Sie sinkt unter die Mischungsgerade herunter, und zwar um so mehr, je mehr Bimole gespalten werden. Da mit abnehmender Temperatur naturgemäß die Assoziation zunimmt,



Analytische Molekularwärme von Benzol-Tetrachlorkohlenstoff bei +50°.

Fig. 5.



Wahre Molekularwärme von Benzol-Tetrachlorkohlenstoff bei +50°.

Fig. 6.

so müssen infolgedessen auch die Abweichungen von den Mischungsgeraden größer werden, wie sich dies ja auch in meiner zweiten Arbeit bestätigt findet.

Wenn nun der Tetrachlorkohlenstoff nur Einfachmoleküle enthielte, so hätten wir ein ideales Gemisch, und somit wäre die Verbindungsgerade der beiden Komponenten, von denen also eine jede nur Monomoleküle enthielte, die ideale Gerade. Da der Tetrachlorkohlenstoff aber auch Doppelmoleküle enthält, so ist seine Molekularwärme größer. Wir sehen also: man hat bei einem Assoziationsgemisch zwischen der idealen Geraden (AC) und der Mischungsgeraden (BC) zu unterscheiden (siehe Fig. 7).

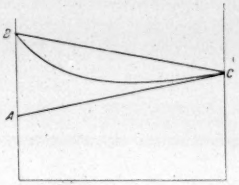


Fig. 7.

Je mehr eine Flüssigkeit assoziiert ist, desto größer muß auch die Entfernung des Punktes B von A sein. Infolgedessen ist die Abweichung der Kurve von der idealen Geraden (AC) eigentlich diejenige, welche theoretische Bedeutung hat. Je größer also die Abweichung der Kurve BC von der idealen Geraden AC ist, desto stärker ist die eine Komponente assoziiert. Bei dem Gemisch Äther-Chloroform fällt die ideale Gerade mit der Mischungsgeraden zusammen.

Ebenso wie bei einem Verbindungsgemisch, so muß auch hier der wirklichen Molekularkonstitution Rechnung getragen werden. Dies ist natürlich nur dann möglich, wenn die Assoziationskonstante bekannt ist.

Es enthalte nun ein Gemisch ein Molekül Benzol und ν Moleküle Tetrachlorkohlenstoff. Für die Bildung von Doppelmolen aus Einfachmolen bez. für den Zerfall liegt die Reaktionsgleichung:

$$2CCl_4 \rightleftarrows (CCl_4)_2$$

zugrunde. Aus ν Molekülen Tetrachlorkohlenstoff mögen sich dann Z_1 Einfachmoleküle und Z_2 Doppelmoleküle bilden; es gilt somit:

$$Z_1 + 2Z_2 = \nu .$$

Da hier drei Molekülgattungen vorhanden sind (Monomole Benzol, Monomole und Bimole Tetrachlorkohlenstoff), so ergeben sich auch drei Arten von Molenbrüchen. Ist ξ der wahre Molenbruch Benzol, x_1 und x_2 die wahren Molenbrüche der Monomole und der Bimole des Tetrachlorkohlenstoffs, so ergibt sich für diese:

$$\xi = \frac{1}{1 + Z_1 + Z_2}$$

$$x_1 = \frac{Z_1}{1 + Z_1 + Z_2}$$

$$x_2 = \frac{Z_2}{1 + Z_1 + Z_2},$$

wo wiederum:

$$\xi + x_1 + x_2 = 1$$

ist. Zwischen dem „analytischen Molenbruch“

Benzol und dem „wahren Molenbruch" besteht die Gleichung:

$$q_b = \frac{\xi}{1 + x_2}.$$

Um die Anzahl der Doppelmoleküle berechnen zu können, muß die Assoziationskonstante aus dem Massenwirkungsgesetz bekannt sein. Dies lautet hier:

$$K = \frac{Z_2(1 + Z_1 + Z_2)}{Z_1^2}$$

oder in Molenbrüchen ausgedrückt:

$$x_2 = K \cdot x_1^2.$$

Führen wir nun die wahren Molenbrüche für die Molekularwärmen ein, so ergibt sich die Gleichung:

$$\begin{aligned} Cg\,(m_b\xi + m_1 x_1 + m_2 x_2) = \\ = C_b m_b \xi + C_1 m_1 x_1 + C_2 m_2 x_2, \end{aligned} \quad (6)$$

wo $C_1 m_1$ und $C_2 m_2$ die Molekularwärmen der Monomole und der Bimole des Tetrachlorkohlenstoffs bedeuten. Aus der Gleichung (6) folgt, daß auch die reine assoziierte Flüssigkeit als ein Gemisch (in diesem Falle als ein Gemisch von Monomolen und Bimolen) anzusehen ist:

$$Cg\,(m_1 x_1 + m_2 x_2) = C_1 m_1 x_1 + C_2 m_2 x_2. \quad (7)$$

Diese Gleichung gilt also für den reinen Tetrachlorkohlenstoff. — Die Gleichungen (6) und (7) werden gebraucht zur Berechnung der Molekularwärmen der Monomole und der Bimole vom Tetrachlorkohlenstoff. W. Bein[1]) berechnete nun die Assoziationskonstante bei 50°; als Mittelwert gab er an:

$$K = 0{,}200.$$

Hierfür erhält man eine Molekularkonstitution, wie sie Tabelle 8 angibt. Wenn diese bekannt ist, so kann die wahre Molekularwärme ohne weiteres angegeben werden.

Tabelle 8.

q_b	ξ	x_1	x_2
0,0	0	0,8541	0,1459
0,2	0,216	0,689	0,0948
0,4	0,424	0,520	0,0560
0,6	0,613	0,361	0,0258
0,8	0,805	0,188	0,0069
1,0	1,0	0,0	0,0

Um die Assoziation des reinen Tetrachlorkohlenstoffs zu berechnen, braucht man nur die beiden Gleichungen (die auf die reine Flüssigkeit bezogen sind):

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_2 &= K \cdot x_1^2, \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$x_1 = \frac{1}{2K}(\sqrt{4K + 1} - 1)$$

$$x_1 = 0{,}8541,$$

d. h. der Tetrachlorkohlenstoff ist bei 50° ungefähr zu 15 Proz. assoziiert.

Tabelle 9.

Benzol-Tetrachlorkohlenstoff bei +50°.

q_b	Cg	$Cg\,(m_b q_b + m_c q_c)$	$C_b m_b q_b + C_c m_c q_c$	$Cg\,(m_b\xi + m_1 x_1 + m_2 x_2)$	$C_b\xi + C_1 m_1 x_1 + C_2 m_2 x_2$
0,0	0,2245	34,54	34,54	39,57	39,57
0,2	0,2500	34,67	35,86	38,01	38,22
0,4	0,2900	35,82	37,18	37,79	37,86
0,6	0,3439	37,27	38,49	38,29	37,93
0,8	0,4168	38,85	39,81	39,12	39,00
1,0	0,5270	41,13	41,13	41,13	41,13

Bei der Berechnung der Kurve erhält man eine tadellose Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie, wie ja aus den beiden letzten Spalten der Tabelle 9 zu entnehmen ist. Infolge der chemischen Wärme erhält man auch bei einem Assoziationsgemisch nur die scheinbare spezifische Wärme der Doppelmoleküle, denn auch hier läßt sich die wirkliche spezifische Wärme und die chemische Wärme nicht trennen (vgl. S. 428). Als Mittelwerte für die Molekularwärmen der Monomole und der Bimole des Tetrachlorkohlenstoffs erhält man:

$$C_1 m_1 = 27{,}26$$
$$C_2 m_2 = 111{,}43,$$

d. h. $C_1 m_1$ ist derjenige Wert, den das Kohlenstofftetrachlorid haben würde, wenn es nur Monomole enthielte. Die Tabelle 10 zeigt den Unterschied zwischen den analytischen und den wahren Molekulargewichten bei 50°. Dieser

Tabelle 10.

q_b	$m_b q_b + m_c q_c$	$m_b\xi + m_1 x_1 + m_2 x_2$
0,0	153,84	176,27
0,2	138,68	152,03
0,4	123,52	130,32
0,6	108,37	111,33
0,8	93,21	93,86
1,0	78,05	78,05

1) W. Bein, loc. cit.

muß natürlich für die reine assoziierte Komponente am größten sein und dann allmählich kleiner werden, bis er für die ideale Komponente null wird.

Wir sehen also auch bei den Molekularwärmen dieses Gemisches die aus den Dampfdruckmessungen gezogene Folgerung bestätigt, daß der Tetrachlorkohlenstoff eine assoziierte Flüssigkeit ist. Es zeigt sich, daß sowohl die gemessene wie die berechnete Kurve vollkommen denselben Charakter haben und unterhalb der Mischungsgeraden liegen.

Es ergibt sich auch hier ohne weiteres der Schluß, daß die Abweichungen der Molekularwärmen dieses Gemisches von der Mischungsregel nur scheinbare sind. Mithin sind auch für ein Assoziationsgemisch die Molekularwärmen und analog die spezifischen Wärmen nach der Mischungsregel — allerdings in der modifizierten Form — zu berechnen.

Zusammenfassung.

Durch die vorstehenden Untersuchungen sind die von Dolezalek aus den Dampfdruckmessungen gezogenen Folgerungen über die molekulare Konstitution von binären Gemischen bestätigt worden. Es wurde gezeigt, daß die Molekularwärmen der Gemische zu derselben Konstitution der binären Gemische führen, wie die Dampfdrucke. Es konnten die Gemische Äthyläther-Chloroform und Azeton-Chloroform unter der Annahme einer Bindung 1:1 in Übereinstimmung mit den Messungen gemäß der Dolezalekschen Theorie berechnet werden; ebenso auch das Gemisch Benzol-Tetrachlorkohlenstoff unter der Annahme von Doppelmolekülen beim Tetrachlorkohlenstoff.

Es erscheint somit das bereits im Laufe der Arbeit ausgesprochene Prinzip als richtig erwiesen:

„Die spezifische Wärme bez. die Molekularwärme einer Mischung ist gleich der Summe der einzelspezifischen Wärmen bez. -Molekularwärmen der Komponenten, wenn unter den Komponenten nicht die ursprünglich angewandten, sondern die durch den Vorgang der Mischung modifizierten verstanden werden."

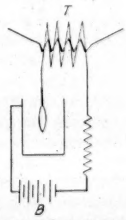
Charlottenburg, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 15. März 1912.)

Über die Verwendung des Vibrationselektrometers. II. Mitteilung.

Von H. Greinacher.

In einer kürzlich erschienenen Mitteilung[1]) habe ich gezeigt, daß das Fadenelektrometer sich mit Vorteil als Nullinstrument bei Wechselstrommessungen verwenden läßt. In Ergänzung zu dem dort Mitgeteilten möchte ich zunächst noch erwähnen, daß die Benutzung eines Hilfskonduktors sich auch in folgender einfacher Weise vermeiden läßt. Wenn man die Hilfsspannung B nämlich direkt an das Elektrometergehäuse bzw. die Sekundärspule legt, so bekommt man nachstehend skizzierte, einfachste Schaltung. Des ferneren möchte ich noch bemerken, daß man bei der Messung sehr hoher Wechselstromwiderstände den Transformator T zweckmäßig in die Speiseleitung legt und dann die Brückenenden direkt zum Elektrometer führt. So lassen sich noch sehr kleine Kapazitäten in der Wheatstoneschaltung miteinander vergleichen, während andererseits eine Transformation des kleinen Brückenstroms zu geringe Spannungsschwankungen liefern würde.



Im folgenden seien nun einige einfachere Versuche mitgeteilt, um die Brauchbarkeit des Vibrationselektrometers auch für die Untersuchung alternierender Magnetfelder zu zeigen. Ein Wulfsches Elektrometer sei mit der Sekundärspule eines Induktors (I) verbunden, wobei übrigens der Primärkreis offen oder kurzgeschlossen sein kann. Im Abstand von 1 bis mehreren Metern sei ein zweiter Induktor (II) derart aufgestellt, daß I und II in einer Linie liegen. Wenn man jetzt in die Primärwicklung des Induktors II Wechselstrom schickt, so entstehen in I Spannungsschwankungen, die sich leicht durch die Vibration der Elektrometerfäden beobachten lassen. Mit zwei Induktoren von ca. 20 cm Schlagweite und mit Wechselstrom von 50 Perioden und einigen Ampere ließen sich so Zeichen von einem Zimmer ins andere geben

1) Diese Zeitschr. **13**, 388, 1912.

(Abstand ca. 5 m). Das Experiment läßt sich leicht als Vorlesungsversuch einer drahtlosen Telegraphie zeigen, da man die Vibration mittels des Ablesemikroskops als Projektionskopf ohne weiteres demonstrieren kann.

Mit dieser Anordnung lassen sich zugleich noch einige weitere Versuche ausführen. Die Abhängigkeit der magnetischen Induktion von der Feldrichtung zeigt man z. B. durch Drehen des Induktors II um eine vertikale Achse. Man beobachtet die Abnahme der Vibration, bis bei gekreuzter Stellung von I und II die Fäden scharf erscheinen. In ähnlicher Weise kann man natürlich das ganze Kraftlinienfeld nach Richtung und Intensität absuchen.

An die Stelle des Induktors II kann irgendein stabförmiger Elektromagnet treten. Daß die Sekundärspule für diese Versuche ganz unwesentlich ist, konnte ich mittels eines Induktoriums nachweisen, von dem die Sekundärspule abnehmbar war. Es zeigte sich, daß die Vibration ohne Spule sogar noch etwas größer war. Die offenen, in der Sekundärspule induzierten Ströme hemmen also bereits die Magnetisierung des Eisenkerns. Noch ausgeprägter war der Effekt, wenn der Sekundärspule Funken- bzw. Bogenentladungen entnommen wurden. Bei direkt kurzgeschlossener Spule verschwand die Magnetisierung beinahe ganz. Zugleich war das bei offenem Sekundärkreis sehr vernehmliche Tönen des Eisenkerns nicht mehr vorhanden.

Wie ich schon in meiner früheren Mitteilung erwähnte, bleibt es für eine allgemeine Verwendbarkeit des Vibrationselektrometers von Interesse, den Frequenzbereich zu kennen, für den das Instrument anspricht. Um hierüber einigen Aufschluß zu bekommen, habe ich das Wulfsche Elektrometer bis zu 3500 Frequenzen probiert. Als Stromquelle diente eine kleine Hochfrequenzmaschine von Siemens & Halske. Der Wechselstrom wurde direkt in die Primärwicklung des Induktors unter Vorschaltung eines passenden Widerstandes geschickt. Durch Regulierung der Umdrehungszahl der Maschine ließen sich Frequenzen von einigen Hundert bis 3500 untersuchen. Es sei bemerkt, daß die Frequenzmaschine und der Transformator senkrecht zueinander gestellt waren, um eine direkte Einwirkung auszuschließen. Die Störungsfreiheit wurde daran erkannt, daß dann bei geöffnetem Primärkreis des Induktors keine Vibration der Fäden eintrat.

Die Resultate seien nun kurz in folgender Tabelle zusammengestellt.

Frequenz	Mittlere Stellung des Quarzfadens	Vibrationsbereich in Skalenteilen	Bemerkungen
3500	24,5	2	Vibration erscheint normal wie bei Frequenz 50.
2700	36	5	do.
2000	74	ca. 12	Äußerste mittlere Stellung der Fäden. Vibration nimmt allmählich einen unsymmetrischen Charakter an.
1700	60	ca. 10	Innerhalb des Vibrationsbereichs vertikale dunkle Striche. Man beobachtet ein Flimmern.
1400	40	3	Das Flimmern tritt als Oberschwingung der Saite hervor; Seilschwingungen.
1170	34	1—3	Deutliches Minimum der mittleren Stellung der Fäden (34).
1080	36	2	Maximum der mittleren Stellung der Fäden (36).
ca. 200	—	1	Bis gegen 200 hinab nehmen die Vibrationen (Seilschwingungen) immer mehr ab.
50	—	mehrere	Vibration nimmt nochmals zu und zeigt den normalen Verlauf.
0	20	1 (fest)	Die Nullstellung 20 ist durch das Hilfspotential von 40 Volt gegeben.

In Ergänzung hierzu ist zunächst zu bemerken, daß nur der linke Quarzfaden beobachtet wurde; der rechte verhielt sich analog. Die Frequenzen unterhalb 900 sind ferner nicht mehr mit dem Frequenzmesser gemessen, sondern am Ton der Maschine abgeschätzt. Insbesondere kann die Grenze von 200 Frequenzen aus diesem Grunde nur der Größenordnung nach angegeben werden.

Aus der Tabelle geht nun deutlich hervor, daß der normale Schwingungsbereich für die Quarzfäden ziemlich begrenzt ist. Schon bei ungefähr 200 Frequenzen hören die Vibrationen (wenigstens in dem mittleren beobachtbaren Teil) fast vollständig auf. Von dort ab können die Fäden den Schwingungen nicht mehr als Ganzes folgen. Sie fangen an, Partialschwingungen auszuführen, und zwar mit steigender Frequenz von immer höherer Ordnung. Eine exakte Trennung in Knoten und Bäuche ließ sich jedoch nicht beobachten. Bei sehr hohen Frequenzen verwischt sich schließlich der Charakter der Seilschwingungen wieder mehr und mehr, bis die Vibration von der normalen nicht mehr zu unterscheiden ist. Der Unterschied zwischen einheitlichen und partiellen Schwingungen ist übrigens schon bei kleinen Amplituden zu erkennen. Bei 50 Perioden erscheint nämlich der Faden verbreitert mit einem scharfen schwarzen Strich in der Mitte (Überdeckung der beiden Fadenränder). Bei einigen hundert Frequenzen war der schwarze Strich nicht zu sehen, nur eine Verbreiterung mit im übrigen etwas unscharfer Begrenzung.

Auf die Veränderung der Vibrationsbreite und der mittleren Fadenstellung soll hier nicht näher eingegangen werden. Es möge nur darauf hingewiesen sein, daß bei einer Erklärung

wohl auch die Veränderung der Transformatorwirkung mit der Frequenz in Betracht kommen kann. So wäre möglicherweise die Abnahme der mittleren Spannung bei 2000—3500 Frequenzen auf die abnehmende Magnetisierungsfähigkeit des Eisenkerns zurückzuführen. Was den Vibrationsbereich anbetrifft, so wird man auch bei konstantem Übersetzungsverhältnis des Transformators eine Veränderlichkeit erklärlich finden. Da bei höheren Frequenzen Partialschwingungen auftreten, so wird man auch geringere Amplituden bekommen.

Es scheint mir daher wünschenswert, Vibrationselektrometer von noch geringerer Trägheit bei Wahrung der elektrischen Empfindlichkeit zu bauen, um einen erweiterten normalen Schwingungsbereich zu haben. Da man schon mit dem Wulfschen Elektrometer, das ja eigentlich für ganz andersartige Messungen berechnet ist, Schwingungen von 3500 Frequenzen leicht noch nachweisen kann, so berechtigt dies zur Erwartung, daß man noch bedeutend weiter kommen wird. Eine weitere Konsequenz wäre dann z. B. die, das Vibrationselektrometer auch als Detektor für elektromagnetische Wellen zu versuchen.

Zürich, Physikal. Institut der Universität, März 1912.

(Eingegangen 30. März 1912.)

Über die Bestimmung der Radiumemanation in Quellwässern.

Von H. Greinacher.

Durch eine kürzlich erschienene Arbeit des Herrn v. Weszelszky, welche u. a. ebenfalls Quelluntersuchungen betrifft, sehe ich mich veranlaßt, folgende kurze Mitteilung schon jetzt zu veröffentlichen. Bereits im vergangenen Jahre habe ich eine Methode ausgearbeitet, um Quellwässer nicht nur an Ort und Stelle, sondern einwandfrei auch im Laboratorium auf Radiumemanation prüfen zu können. In der Absicht, solche Messungen allgemeiner einzuführen, als dies bisher möglich war, habe ich das Verfahren bereits im Dezember 1911 der „Allgemeinen Radium-Aktiengesellschaft Amsterdam" im Manuskript vorgelegt und zur praktischen Ausführung übertragen. Da die Arbeit des Herrn v. Weszelszky gewisse Berührungspunkte mit meinem Verfahren aufweist, so möchte ich nun, schon bevor ein größeres Zahlenmaterial gesammelt ist, hier wenigstens mein Verfahren kurz beschreiben.

Die Untersuchung der Quellwässer auf Radiumemanation ist bisher mit Zuverlässigkeit nur an Ort und Stelle ausführbar gewesen, da man beim Transport von Quellwasser nicht wissen konnte, ob bei der Einfüllung des Wassers ein Emanationsverlust vorhanden war. Um nun das Einfüllen an Ort und Stelle auch von ungeübten Personen zuverlässig vornehmen lassen zu können, und somit das Quellwasser im gewünschten Zustande zur Untersuchung zu bekommen, habe ich folgenden Weg eingeschlagen. Im Laboratorium wird ein Glaskolben K (siehe Figur) von 750 ccm Inhalt mittels einer Wasserstrahlpumpe so weit als möglich evakuiert, worauf man den Glashahn H schließt. Dieser Kolben wird in einem passenden Kistchen an Ort und Stelle gesandt und dort in einfachster Weise dadurch gefüllt, daß man die Mündung des Glasrohres unter das Wasser hält und den Hahn aufdreht. Dringt kein Wasser mehr ein, so schließt man den Hahn wieder, worauf der Kolben zur Rücksendung bereit ist. Man ist so jedenfalls sicher, daß keine Emanation beim Einfüllen verloren gegangen ist. Auch auf dem Transport ist ein Verlust nicht zu befürchten, da das Glas die Emanation nicht okkludiert.

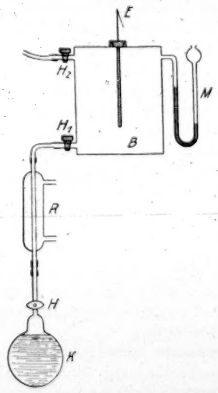
Wie hier erwähnt sei, besteht das analoge Verfahren des Herrn v. Weszelszky darin, eine 4-l-Kanne teilweise zu evakuieren und so ebenfalls das Wasser einsaugen zu lassen. Eine spezielle Einrichtung ist dann noch getroffen, um die in der Schüttelkanne vorhandene Wassermenge zu bestimmen.

Mein Verfahren geht nun im speziellen darauf aus, die Füllung des Wassers auch unvertrauten Personen überlassen zu können und den Emanationsgehalt zu einem späteren Zeitpunkt und nach einem längeren Transport (1—2 Tage) zu bestimmen. Da die eigentliche Untersuchung im Laboratorium ausgeführt wird, so kann man statt des Schüttelverfahrens ohne Umstände das sicherere Verfahren des Auskochens der Emanation verwenden. Man hat dabei auch den Vorteil, daß man kein großes Schüttelgefäß versenden muß, vielmehr mit einem kompendiösen Glasgefäß auskommt. Letzteres wird im übrigen automatisch, ohne daß man den Evakuationsgrad kontrollieren müßte, so weit als gewünscht gefüllt. Da die technischen Wasserstrahlpumpen kein weitgehendes Vakuum liefern, so bleibt im Kolben von selbst nach Einfüllen des Wassers noch so viel Luft übrig, daß das Wasser beim Sieden nicht überläuft.

Die Untersuchung im Laboratorium geschieht folgendermaßen: Zunächst wird der Kolben auf $^1/_2$ g genau gewogen, wodurch man durch Subtraktion des Leergewichts die eingesandte Wassermenge erfährt. Sodann wird der Kolben auf ein Stativ montiert und in der skizzierten Weise

1) Diese Zeitschr. **13**, 240, 1912.

mit einem Fontaktometer nach Mache und Meyer verbunden. Es handelt sich nun noch darum, die Emanation aus dem Wasser auszutreiben und in die Blechkanne B des Meßapparates überzuführen. Dies geschieht, wie schon erwähnt, durch Auskochen der Emanation, wobei man, um einen Verlust durch nicht zu vermeidende Undichtigkeiten auszuschließen, folgendermaßen vorgeht: Man öffnet die beiden Hähne H_1 und H_2 und evakuiert die Kanne mit der Wasserstrahlpumpe auf etwa 20 cm Unterdruck. Die Blechkanne des gewöhnlichen Fontaktometers ist zu diesem Zweck etwas modifiziert. 1. besteht sie zur Vermeidung des



Eindrückens durch den Luftdruck aus doppelt so starkem Blech, 2. ist ein Hg-Manometer M angefügt. Man schließt nun H_2 und öffnet den Glashahn H. Durch untergesetzten Brenner bringt man das Wasser in K zum Sieden, wobei man zugleich den Rückflußkühler R in Tätigkeit setzt. Nach $^1/_4$- bis $^1/_2$stündigem Kochen wird der Rückflußkühler entleert, worauf der sich entwickelnde Wasserdampf die ausgekochte Emanation in die Blechkanne B hinübertreibt. Das Eindringen des Wasserdampfes durch den Hahn H_1 ist leicht am Heißwerden der Stelle zu erkennen. Im geeigneten Moment nimmt man den Brenner weg und schließt H_1. Während des ganzen Vorganges achtet man darauf, daß das Manometer Unterdruck zeigt. Man nimmt nun den Schlauch von H_1 ab und öffnet diesen Hahn, damit noch so viele (inaktive) Zimmerluft eindringt, bis innen und außen der gleiche Druck herrscht.

Die Ionisierung, welche die Emanation hervorruft, kann nun in der üblichen Weise mit dem aufgesetzten Elektroskop E (in der Zeichnung nur angedeutet) gemessen werden. Diesbezüglich sei auf die Fontaktometermessungen verwiesen [1]). Die Zerstreuung mißt man am besten nach etwa 12 Minuten [2]) oder nach 3 Stunden. Unter Berücksichtigung der anfangs bestimmten natürlichen Zerstreuung und des Duaneschen Korrektionsfaktors [3]), der die Strahlenabsorption in der Gefäßwand in Rechnung setzt, erhält man nach üblichem Verfahren die Aktivität in Mache-Einheiten. Diese sind ein Maß für die Emanationsmenge, die nach dem Auskochen vorhanden war. Um die Emanation zu finden, welche beim Abfüllen des Quellwassers vorhanden war, braucht man nur den radioaktiven Zerfall in der Zwischenzeit in Rechnung zu ziehen. Zu diesem Zweck muß natürlich der Zeitpunkt der Abfüllung notiert sein. Am bequemsten entnimmt man aus einer fertigen Tabelle (siehe z. B. Frau P. Curie, Radioaktivität 1912, I. Band) den Reduktionsfaktor für das jeweilige Zeitintervall zwischen Messung und Abfüllung.

Falls das Quellwasser außer Radiumemanation auch noch Radium selbst enthält, was übrigens selten der Fall ist, so muß das Verfahren etwas modifiziert werden. Man kocht den Kolben K nach 1—2 Tagen nochmals aus und verfährt genau so wie früher. Man erhält dann die zwischen den beiden Zeitpunkten entwickelte Radiumemanation. Daraus gewinnt man einesteils ein genaues Maß für die in der Flüssigkeit vorhandene Radiummenge (siehe analoge Tabelle bei Curie, Radioaktivität), andererseits läßt sich dann in analoger Weise der Emanationsgehalt des Wassers für den Zeitpunkt der Abfüllung berechnen.

1) St. Meyer u. H. Mache, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **29**, 65, 1909.
2) H. W. Schmidt, diese Zeitschr. **6**, 561, 1905.
3) W. Duane, Journ. de Phys. **4**, 605, 1905.

Zürich, Physikal. Institut der Universität, März 1912.

(Eingegangen 30. März 1912.)

Über eine analytische Darstellung von Magnetisierungskurven.

Von E. Madelung.

Die strengen Gesetze für die Abhängigkeit der Magnetisierung M ferromagnetischer Stoffe vom Felde H sind bisher fast nur in Form graphischer Darstellungen als Kurven bekannt. Für den qualitativen Verlauf solcher Magnetisierungskurven habe ich vor einigen Jahren [1])

1) Ann. d. Phys. **17**, 861, 1905.

Regeln aufgestellt. Im folgenden will ich eine Formel angeben, die es erlaubt, den Verlauf in einem beliebigen Falle auch quantitativ vorauszusagen.

Es seien hier zunächst die oben erwähnten Regeln noch einmal wiedergegeben. Ich bezeichne dabei einen durch M und H bestimmten Punkt des Diagramms als einen Umkehrpunkt, wenn in ihm die Änderungsrichtung von H (bezw. M) umgekehrt wurde. Es gilt dann (Fig. 1):

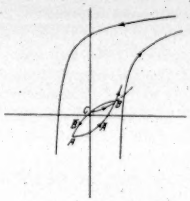


Fig. 1.

I. Jede Kurve A, die im Innern der Hysteresisfläche verläuft, ist durch den Umkehrpunkt A eindeutig definiert, aus dem sie hervorgeht.

II. Macht man irgendeinen Punkt dieser Kurve selbst zu einem Umkehrpunkt B, so führt die durch B definierte Kurve B wieder zu dem Anfangspunkt A der Kurve A zurück.

III. Wenn die in C auf B entspringende Magnetisierungskurve über B hinaus fortgesetzt wird, so läuft sie als Fortsetzung der Kurve A weiter, auf der wir ursprünglich zu B gelangt waren, also so, als ob der Zyklus B-C-B gar nicht vorhanden gewesen wäre.

Ich fügte diesen, soweit ich ermitteln konnte, strengen Regeln die Bemerkung hinzu, daß zwei Kurven, die aus Umkehrpunkten gleicher Ordinate, d. h. gleicher Magnetisierung, entspringen und im gleichen Sinne laufen, kongruent sind. Daß die Neigung, mit der eine Kurve beginnt, auch unabhängig von der Richtung der Änderung des Feldes als eine reine Funktion $\varphi(M)$ der Magnetisierung ist, erscheint hiernach evident, wenn man die Regel II auf unendlich kleine Zyklen anwendet.

Diesen letzten Satz hat R. Gans unabhängig neu entdeckt und in vielen Fällen bestätigt gefunden[1]). Er bezeichnet diese Anfangsneigung, d. h. den Differentialquotienten der Magnetisierung, nach dem Felde unmittelbar hinter einem Umkehrpunkt als die „longitudinale reversible Suszeptibilität".

Sehr wichtig scheinen mir nun zwei weitere Entdeckungen von Gans zu sein, nämlich daß diese Funktion $\varphi(M)$ einen universellen Charakter hat, indem sie bis auf eine Konstante vom Material unabhängig ist[1]), und daß sie[2]) den gleichen Verlauf hat, wie der Wert $\frac{dM}{da}$ als Funktion von M, wenn man setzt

$$M = M_0\left(\coth a - \frac{1}{a}\right).$$

Es möge hier erwähnt werden, daß die vorstehende Formel nach der Langevinschen Theorie des Magnetismus[3]) die Magnetisierung eines paramagnetischen Stoffes bestimmt, wobei a eine dem Felde proportionale Größe ist.

Es lag nun nicht fern zu vermuten, daß man mit Benutzung dieser Beziehung einen Satz für den ganzen Verlauf einer Magnetisierungskurve würde aufstellen können. Bezeichnet man nämlich die Feldstärke im Umkehrpunkt einer Kurve mit H', so muß in zwei Punkten mit gleichem M und gleichem $H - H'$ auch $\frac{dM}{dH}$ identisch werden, denn solche Punkte sind entsprechende Punkte auf zwei kongruenten, weil mit gleichem M beginnenden Kurven. Es muß also durch M und $H - H'$ die Größe $\frac{dM}{dH}$ bestimmt sein.

Über die Form dieser Abhängigkeit konnte natürlich nur das Experiment Aufschluß geben. Es wurden zu diesem Zwecke mit Hilfe des Köpselschen Magnetisierungsapparates[4]) an drei verschiedenen Materialien, Eisen, Stahl und Chromstahl, Magnetisierungskurven aufgenommen.

Die Ergebnisse dieser Messungen sind in den Fig. 2, 3 und 4 wiedergegeben. Es wurden eine Reihe von ansteigenden Kurven punktweise gemessen, ausgehend von verschiedenen Umkehrpunkten. Sodann wurden in Punkten, in denen $H - H'$ gleiche Werte hat, der Wert $\frac{dM}{dH}$ durch Zeichnen der Tangente graphisch ermittelt und die so gefundenen Werte in Kurven als Funktion von M eingetragen[5]).

Soweit sich aus den so gewonnenen Kurven erkennen läßt, unterscheiden sich die Werte für $\frac{dM}{dH}$ für gleiches M nur durch einen Faktor, der eine Funktion von $H - H'$ ist. Mit einiger Annäherung, deren Abschätzung sogleich erfolgen soll, dürfen wir also die Formel aufstellen:

1) Ann. d. Phys. **27**, 1, 1908.

1) Ann. d. Phys. **29**, 301, 1909; **33**, 1065, 1910.
2) Diese Zeitschr. **12**, 1053, 1911.
3) Journ. d. Phys. **4**, 678, 1905; Beibl. **30**, 501, 1906.
4) Elektrotechn. Zeitschr. **19**, 411, 1898.
5) Interessenten stehen die Originalmessungen und Zeichnungen gern zur Verfügung. Die gemessenen Werte sind die Induktionen B, praktisch gleich $4\pi M$.

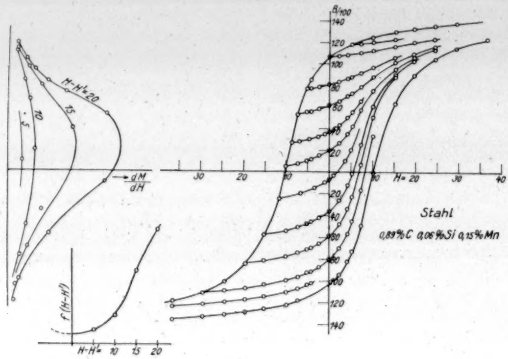


Fig. 2.

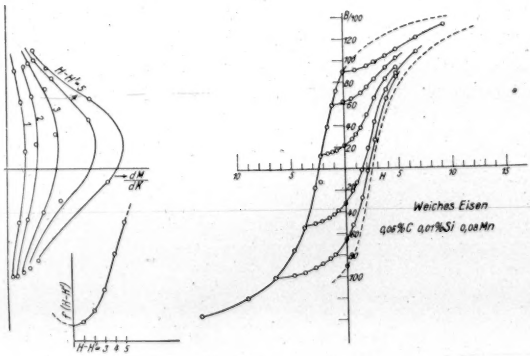


Fig. 3.

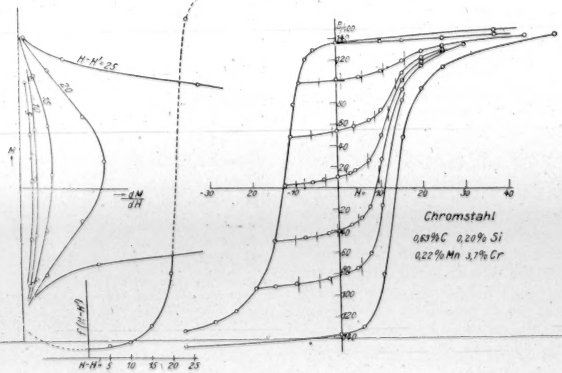


Fig. 4.

$$\frac{dM}{dH} = \varphi(M) \cdot f(H - H').$$

Diese Formel gilt nach den oben gegebenen Regeln nicht nur für die gemessenen, in der Figur dargestellten, sondern jede mögliche Magnetisierungskurve.

Es muß aber sogleich auf eine Unstimmigkeit zwischen der in der Formel gegebenen Theorie und der Beobachtung hingewiesen werden, die übrigens die Gansschen Resultate in dem gleichen Maße wie die meinigen betrifft. Die erhaltenen Kurven sind nämlich nicht ganz symmetrisch, so daß die Abhängigkeit $\varphi(M)$ offenbar für in entgegengesetzter Richtung verlaufende Magnetisierungskurven einen etwas verschiedenen Wert annehmen würde. Gans glaubt, diese Unsymmetrie, die sich auch schon in seinen Kurven ausspricht, auf Inhomogenitäten schieben zu dürfen, und gibt sich mit der erreichten Annäherung zufrieden. Ich glaube nun hierfür eine plausible Erklärung geben zu können durch die folgende Betrachtung.

Nehmen wir nämlich an, das verwandte Material bestehe aus verschiedenen Bestandteilen, die nach verschiedenen Kurven magnetisiert werden, und verfolgen graphisch, in welcher Weise sich in einem hypothetischen Falle die Magnetisierung auf zwei Komponenten verteilt. In der Fig. 5 seien die Kurven a und b die

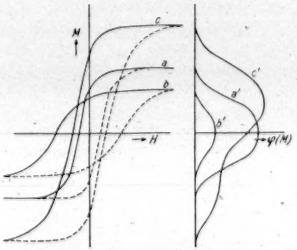


Fig. 5

Magnetisierungskurven der Bestandteile, c die als Summe aus beiden Resultierende. Daneben sind die den Kurven a und b entsprechenden Kurven $\varphi(M)$ gezeichnet und aus ihnen die zu c gehörige konstruiert, indem für verschiedene Werte von H die Werte für $\varphi(M)$ in a und b ermittelt und ihre Summe als Funktion des M in c' eingetragen wurde. Die Konstruktion zeigt, daß man tatsächlich eine unsymmetrische Kurve erhält, obgleich die Komponenten symmetrisch angenommen waren.

Daß tatsächlich derartige Inhomogenitäten bestehen, kann wohl als nicht unwahrscheinlich gelten. Sie können vielleicht (abgesehen von der bekannten Inhomogenität durch gleichzeitige Anwesenheit verschiedener Modifikationen des Eisens) auch darin bestehen, daß die einzelnen regellos angeordneten Kristalle nach verschiedenen Richtungen verschieden magnetisierbar sind.

Als Resultat dieser Überlegungen könnte man also die oben gegebene Formel als Summenformel schreiben in der Form

$$\frac{dM}{dH} = \Sigma \varphi_n(M_n) \cdot f_n(H - H'),$$

wobei die Summe über die Zahl der Komponenten zu erstrecken ist.

Die Funktion $f(H - H')$ ist in den Figuren eingezeichnet. Ob sie eine für das Material charakteristische oder auch eine universelle ist, kann nur durch weitere Untersuchungen entschieden werden. Ihr allgemeiner Charakter ist ebenso wie der von $\varphi(M)$ der einer geraden Funktion. Vielleicht läßt sie sich in der Form schreiben

$$f(H - H') = 1 - k \cdot \varphi(H - H'),$$

worin durch die Gleichheit des Buchstabens φ die Gleichheit der Funktionen angedeutet werden soll.

Auf alle Fälle aber kann man sagen, daß $f(H - H')$ für hinreichend große Werte von $H - H'$ konstant wird. Das ist zum Beispiel der Fall, wenn man von sehr großen Feldstärken ausgehend die Grenzkurven der Hysteresisfläche aufnimmt. Es muß also auch für diese Kurven der Wert $\frac{dM}{dH}$ der Funktion $\varphi(M)$ proportional sein. Dies besagt aber weiter, daß im Fall eines homogenen Materials, wo also $\frac{dM}{dH}$ für positives und negatives gleiches M den gleichen Wert hat, die obere Hälfte der Kurven durch Drehung mit dem unteren zur Deckung zu bringen sein muß, oder auch, daß der aufsteigende Ast der Grenzkurve durch Verschiebung in den absteigenden überzuführen ist. Ich fand unter einer größeren Anzahl von vorhandenen Kurven, daß diese Forderung um so besser erfüllt ist, je reiner das Eisen ist, und am wenigsten für komplizierte Stähle, wie Chrom- und Wolframstahl.

Es soll zum Schluß noch kurz die Stellung der sogenannten jungfräulichen Kurve besprochen werden, wie man sie erhält, wenn das Material durch allmählich abnehmenden Wechselstrom entmagnetisiert worden war. Sie ist keine Magnetisierungskurve im Sinne der bisher betrachteten. Man kann sie aber nach Regel II und III betrachten als den geometrischen Ort der Umkehrpunkte, über die die Entmagnetisierung erfolgte, und damit überhaupt als den

geometrischen Ort der Umkehrpunkte symmetrischer Zyklen. Es ergibt sich also, weil in diesen Punkten $H = -H'$ wird, für die jungfräuliche Kurve die Formel:

$$\frac{dM}{dH} = \varphi(M) \cdot f(2H).$$

(Eingegangen 9. März 1912.)

Einige Bestimmungen der induzierten Aktivität in der bolivianischen Hochkordillere.

Von Walter Knoche.

Während der Monate Mai bis August 1909 konnten im Aguila-Hochtale (Dept. La Paz, Kordillere von Quimza Cruz [Bolivien]) in über 5200 m Höhe einige Bestimmungen des Gehalts der Luft an aktiven Induktionen nach der Elster- und Geitelschen Drahtmethode ausgeführt werden[1]). Es wurde beobachtet die Aktivität von Drähten mit negativer Ladung (4000 V), mit derselben positiven Spannung und von ungeladenen, frei und isoliert aufgespannten Drähten. Es ergaben sich nun im Mittel folgende A-Werte (Werte des Voltabfalls per 1 m Draht in einer Stunde):

		$A(2')$	$A(5')$
A für —-Ladung	(13 Fälle)	319	263
A für +-Ladung	(8 Fälle)	5	4
ungeladen	(8 Fälle)	10	8

Hierbei ist zu bemerken, daß $A(5')$ direkt, $A(2')$ durch Extrapolieren der Abfallskurve bestimmt wurden.

Wir erhalten also für negativ geladene Drähte außerordentlich hohe Werte der Induktionen, die zwischen $A(2') = 65$ und $A(2') = 542$, bezw. $A(5') = 54$ und $A(5') = 447$ schwanken. Sowohl das Mittel für A wie sein Maximum übertreffen also bedeutend die bisher bekannten Werte; es ist andererseits in einer so großen Höhe, wie sie die Aguila-Station aufweist, wohl noch keine derartige Bestimmung ausgeführt worden. Immerhin sind im allgemeinen, wenn auch nicht ausschließlich (hohe A-Werte Simpsons in Lappland, im Mittel ganztägig 93'!), die Werte der induzierten Aktivität in großen Erhebungen ziemlich hohe gewesen: im Hochtal von Arosa (Schweiz) fand Saake $A = 91$, am Kochelsee (Oberbayern) Elster $A = 137$[2]), in Davos (Dorno) $A = 78$[3]). Im November dieses Jahres erhielt ich in der mittelchilenischen Andenkordillere (Mina Teniente, 2100 m) in 1 m über dem Boden einen Wert für $A(2') = 194$ bezw. $A(5') = 160$, in den unterhalb der Mine gelegenen Bädern von Cauquenes $A(2') = 130$, bezw. $A(5') = 110$. Hierbei ist zu bemerken, daß in Cauquenes drei schwach aktive warme Quellen austreten (Emanationsgehalt zwischen 1 bis 7 M.-E.) Im geschlossenen Baderaum war daher der A-Wert etwas höher; nämlich für $A(2') = 190$, bezw. $A(5') = 159$; A erreichte also hier erst die Höhe der induzierten Aktivität, wie sie in der darübergelegenen Mine festgestellt wurde, und blieb weit unter der im Aguilagebiet bestimmten. Allerdings ist hier zu berücksichtigen, daß die A-Werte (bis auf die von mir bestimmten) nicht sehr vergleichbare sind; abgesehen vom Instrumentarium, der verwandten Spannung u. a., variiert die Höhe der Strahlung von der Zeit, welche zwischen Ausschalten der Drahtladung und der ersten Ablesung verstreicht.

Ob es nur die größere Reinheit der Atmosphäre in der Höhe ist, welche eine intensivere Aktivierung des Drahtes bewirkt, oder ob, wie ich annehmen möchte, im Hochgebirge das Ausströmen der Emanation aus den Erdkapillaren eine besondere Begünstigung erfährt, ist vorläufig bei der geringen Anzahl der Messungen nicht zu entscheiden.

Bei positiv geladenem Drahte (4000 V) schwankte $A(5')$ zwischen 3 und 7, das Mittel für $A(5')$ ist 80mal geringer als bei negativer Exposition des Drahtes; etwas höhere Werte der Induktion ergaben isoliert ausgespannte, ungeladene Drähte; $A(5')$ Max. = 15, Min. = 2[1]). Wir können hier wohl annehmen, daß unter der Einwirkung des Erdfeldes der Draht eine schwache negative Ladung annahm, welche den Niederschlag der induzierten Aktivität begünstigte. Es ist zweifellos, daß an frei ausgespannten Drähten weit höhere Werte beobachtet werden könnten, da, wenigstens im Aguilagebiet, gelegentlich alle Gegenstände (u. a. auch der menschliche Körper) Ladungen bis zu mehreren Tausend Volt annahmen.

In solchem Falle war auch nachzuweisen, daß z. B. Stücke Stoff die Eigenschaft erwarben, die Luft des großen Meßzylinders stark leitend zu machen, in gleicher Weise die hereingesteckte Hand usw., so daß eine rapide Entladung des Zerstreuungskörpers erfolgte. Es scheint mir nicht ganz ausgeschlossen, daß die in Bolivien und Peru stellenweise so gefürchtete Soroche

1) Siehe W. Knoche, Observaciones en la Mina Aguila (Beobachtungen in der Aguila-Mine), S. XIII u. S. 243 — Publ. I des Meteorolog. Centralinstituts. Santiago (Chile) 1911.

2) Mache-Schweidler, Die atmosphär. Elektrizität, S. 163.

3) Dorno, Licht und Luft im Hochgebirge. 1911.

1) Die bei hoher —-Spannung erhaltenen A-Werte auf dem Stillen Ozean (März—April a. c.) zwischen Chile und Osterinsel erreichten im Mittel nur die Hälfte des Wertes A bei isoliertem, ungeladenem Draht in der Aguila-Mine!

(Bergkrankheit), über die ich an anderer Stelle[1]) berichtet habe, im Zusammenhange einerseits mit dem reichen Emanationsgehalt und andererseits mit der gelegentlichen Selbstaufladung des Körpers und der Kleidung steht, wodurch sich das lokal umschriebene Auftreten der andinen Bergkrankheit, die außerdem von der Witterung abhängig ist, und gleichzeitig ihr Auftreten in großen Höhen, ohne absolute Abhängigkeit von ihr, einigermaßen erklären läßt. Interessant ist, daß die Aimara-Indianer ursprünglich mit Soroche Mineralien, vorzüglich bleihaltige, bezeichneten, und später erst die Bedeutung des Worts auf die Bezeichnung der Bergkrankheit ausdehnten[2]). Für uns, die wir über die meist vorhandene Radioaktivität von bleihaltigen Gesteinen orientiert sind, wird der etymologische Zusammenhang, der sich aus gewissen Erfahrungen der Einwohner der südamerikanischen Hochebenen erklärt, dadurch ein bedeutsamer. — Die Zahl der Werte ist zu gering, um einen Einfluß meteorologischer Faktoren auf die Größe der induzierten Aktivität festzustellen. Zweimal im Nebel erfolgte Exposition, die sonst gelegentlich hohe A-Werte erzeugt, war hier bedeutungslos. Ob Einfluß der Windrichtung vorliegt, ist nicht erkennbar, da zumeist gleichmäßig bei nordöstlichen Luftströmungen gearbeitet wurde. So ist es auch nicht sicherzustellen, ob die Emanation sich hauptsächlich an Ort und Stelle entwickelte, oder ob sie (bezw. ihre Produkte, die Induktionen) aus der weiteren Umgebung herbeigetragen wurde. Auf jeden Fall war das Oberflächengestein (silurische Kalke und hochprozentige Zinnerze) in der nahen Umgebung des Observatoriums völlig frei von radioaktiven Beimengungen (Untersuchung des Gesteins in feingepulverter dünner Schicht); auch das Wasser der benachbarten Seen und Quellen erwies sich als völlig frei von Emanation.

Mit der Höhe über dem Boden nahm die Aktivierung scheinbar zu; es wurden bestimmt bei —-Spannung des Drahtes:

$A(2') = 103$, $A(5') = 85$ in 5 cm Höhe des exponierten Drahtes (3 F.),
$A(2') = 307$, $A(5') = 253$ in 100 cm Höhe des exponierten Drahtes (4 F.),
$A(2') = 438$, $A(5') = 361$ in 200 cm Höhe des exponierten Drahtes (6 F.),

bei isoliert ausgespanntem, ungeladenem Draht war:

$A(2') = 7$, $A(5') = 6$ in 100 cm (4 F.),
$A(2') = 12$, $A(5') = 10$ in 200 cm (4 F.).

Der positiv geladene Draht befand sich in allen Fällen in 200 cm Höhe über dem Boden.

Abgesehen von der Höhe des A-Wertes wurden auch Bestimmungen des prozentualen Gehaltes an Radium- und Thoriuminduktion ausgeführt. Es ergaben sich bei negativer Ladung im Mittel 85 Proz. für den Gehalt an *Ra*, 15 Proz. für den an *Th*. Da die 4000 V, die zur Exposition benutzt wurden, ein sehr hohes Ladungspotential darstellen, so erscheint der *Th*-Gehalt der Induktionen wohl viel zu gering, und so erklärt es sich, daß am frei ausgespannten, ungeladenen Draht der *Ra*-Prozentgehalt nur 60, gegenüber 40 Proz. an *Th*-Induktion beträgt.

Bei der +-Ladung wird das Verhältnis $Ra : Th = 71 : 29$. Die in der mittelchilenischen Kordillere vorgenommenen Untersuchungen ergaben in der Mina Teniente 95 Proz. *Ra* gegen 5 Proz. *Th*, während in den Bädern von Cauquenes (1 m über dem Boden) ausschließlich *Ra*-Induktion vorhanden war, und in unmittelbarer Nähe der Quellen fanden sich 3 Proz. *Th*. Aus dem sehr raschen Verklingen der Thoriumemanation erklärt sich die wiederholt beobachtete Tatsache, daß bei Exposition des Drahtes mit steigender Erhebung über dem Boden der Prozentgehalt der *Th*-Induktion abnimmt. So haben wir im Aguila bei —-Ladung des Drahtes:

Ra 67 Proz., *Th* 33 Proz. in 5 cm Höhe des exponierten Drahtes,
Ra 90 Proz., *Th* 10 Proz. in 100 cm Höhe des exponierten Drahtes,
Ra 92 Proz., *Th* 8 Proz. in 200 cm Höhe des exponierten Drahtes;

bei isoliert ausgespanntem, ungeladenem Draht ist das Verhältnis:

Ra 56 Proz., *Th* 44 Proz. in 100 cm Höhe des exponierten Drahtes,
Ra 65 Proz., *Th* 35 Proz. in 200 cm Höhe des exponierten Drahtes.

Außer dem Gehalt an Radium- und Thoriuminduktionen traten wahrscheinlich auch solche des Aktiniums auf. Wenigstens ergaben einige Versuche, die im Gegensatz zu den mitgeteilten Beobachtungen, welche auf dem Abfall von 10 m Draht basieren, des raschen Abwickelns und der dadurch bedingten schnellen ersten Ablesung halber, mit nur 2 m Draht ausgeführt wurden, das charakteristische steile Ansteigen der Abfallskurve bis zu etwa 2 Min. Dauer nach Beendigung der Exposition, wie sie der Aktiniuminduktion eigentümlich ist. In der mittelchilenischen Hochkordillere scheint dieser Aktiniumanteil ein stärkerer zu sein. Da hier mit einem weit vollkommeneren Instrumentarium gearbeitet wurde, wie in Bolivien, konnte das Maximum der Abfallskurve auch weit genauer festgelegt werden; es fiel (unter sechs Messungen) ständig auf $2^1/_4$ bis $2^1/_2$ Min. nach Beendigung der Exposition.

1) Berl. Klin. Wochenschr. **47**, 767—69, 1910.
2) Siehe R. Lenz, Diccionario Etimológico, S. 695. Santiago (Chile).

Die hauptsächlichen Ergebnisse der Untersuchung sind, zusammengefaßt, also folgende:

1. Die Werte der aktiven Induktionen sind in der bolivianischen Hochkordillere außerordentlich große, bei ziemlich beträchtlichen Schwankungen an den einzelnen Beobachtungstagen, wie dies auch anderwärts in den meisten Fällen gefunden wurde. Worauf diese Schwankungen beruhen, ist bei der geringen Anzahl Messungen nicht festzustellen; eine Einwirkung von Windstärke und Nebel scheint nicht vorhanden zu sein. Die Emanation als Erzeugerin der Induktion geht wahrscheinlich nicht von den oberflächlichen Gesteinsschichten aus, die im Aguilagebiet inaktiv waren. Mit der Höhe über dem Boden tritt scheinbar eine Zunahme des induzierten Niederschlags ein.

2. An der Zusammensetzung der Induktionen in wechselnden Verhältnissen nehmen teil Induktionen des Radiums (unter stetem Überwiegen), des Thoriums und scheinbar des Aktiniums. Wie an anderen Orten nimmt der Thoriumgehalt schon in geringer Höhe über dem Boden rasch ab.

3. Eine deutliche Induktion war auch an ungeladenen und isoliert aufgespannten Drähten nachweisbar. Der A-Wert war hierbei immerhin noch etwa so hoch, wie er (z. B. von Elster und Geitel, Lüdeling, Brandes, Schenk) an der Ost- und Nordsee[1]) (Juist, Kiel und Zinnowitz) oder fast ebenso hoch wie an manchen Orten Innerdeutschlands (Halle, Wolfenbüttel) gefunden wurde.

4. An positiv geladenen Drähten konnten gleichfalls Spuren von Induktionen nachgewiesen werden; der A-Wert betrug aber etwa nur die Hälfte des an isoliertem, ungeladenem Drahte bestimmten.

1) Siehe Gockel, Die Luftelektrizität, S. 178.

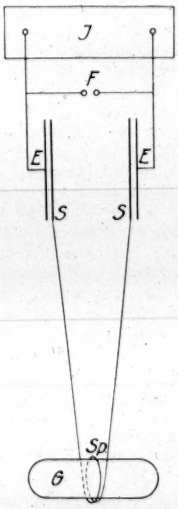
Santiago (Chile), im Januar 1912.

(Eingegangen 5. Februar 1912.)

Erzeugende und unterdrückende Ursachen bei dem elektrodenlosen Ringstrom.

Von W. Winter.

Die zu den Versuchen benutzten Apparate waren, wo nichts anderes bemerkt wird, die folgenden: Zum Aufladen der Kapazität diente ein von Klingelfuß in Basel bezogenes Induktorium von 20 cm Funkenlänge, das mit einem Wechselstrom von 7,5 Ampere und 80 Volt gespeist wurde. Die verwendete Kapazität war ein aus zwei kreisrunden Zinkplattenpaaren gebildeter variabler Luftkondensator. Die Plattengröße betrug 30 cm Durchmesser. Die Funkenstrecke wurde von zwei gleichen mittels Mikrometerschraube gegeneinander verstellbaren Zinkkugeln von $1\,^1/_2$ cm Durchmesser gebildet. Die Länge der Funkenstrecke betrug, je nachdem es die Versuche erforderten, 2—8 mm. Dementsprechend der Abstand der Platten des Luftkondensators 5—12 mm. Die benutzten Spulen waren von stark isoliertem Draht teils zylindrisch, teils nach dem Vorgange von B. Davis in einer Ebene gewickelt. Die Windungszahl war 1—5. Die übrige Strombahn im Sekundärkreis bestand ebenfalls aus gut isoliertem dicken Kupferdraht, möglichst gerade gespannt von etwa 2 m Länge. Die Form und Größe der benutzten evakuierten Gefäße war verschieden, und der Grad der Verdünnung reichte von 0,1 mm bis hinab zu hohem Kathodenstrahlvakuum. Das Schaltungsschema ergibt sich aus Fig. 1.



J Induktorium, F Funkenstrecke, E Erregerkreis, S Sekundärkreis, Sp Spule, G Gefäß.

Fig. 1.

H. Ebert und E. Wiedemann[1]) weisen in ihren Untersuchungen über „Leuchterscheinungen in elektrodenlosen gasverdünnten Räumen unter dem Einfluß rasch wechselnder elektrischer Felder" darauf hin, daß bei niedrigen Drucken von 0,1 mm an im nächsten Bereich

1) H. Ebert und E. Wiedemann, Wied. Ann. 50, 246 f., 1893.

der Außenelektroden der leuchtenden, evakuierten Gefäße sich dunkle Räume zeigen, die bei weiter abnehmendem Druck sich mehr und mehr ausbreiten und die, wenn sie den Querschnitt des Gefäßes ausfüllen, das Leuchten erlöschen lassen. Solche dunklen Räume zeigen sich aber, wie bekannt, auch an allen Stellen der Gefäße, wo man dieselben ableitend berührt. Die Gefäßwand wird im Bereich der berührten Stelle zu einer sekundären Elektrode.

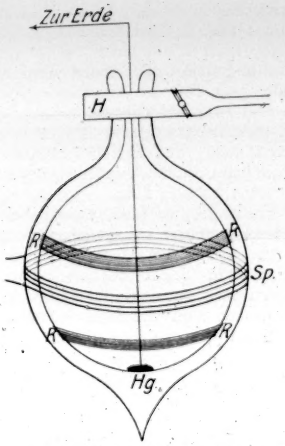
Benutzt man nun in der obigen Versuchsanordnung eine Spule aus 5 Windungen, zylindrisch gewickelt und einem zylindrischen Gefäße von 10 cm Weite mit sog. Crookesschem Vakuum eng anliegend, so entsteht bei Tätigkeit des Erregerkreises in dem Gefäß eine bläulichweiße Lichterscheinung, von der Gestalt eines Doppelkegels, dessen Achse mit der Achse des Gefäßes zusammenfällt, und dessen Spitze in der Mitte der Spule liegt. Belegte man nun das Gefäß in 6—7 cm Entfernung von der Spule parallel zu derselben mit Stanniolringen und leitete diese zur Erde ab, so entstand sofort der Ringstrom, wenn auch nicht in einer scharf begrenzten Form, so doch als solcher durchaus nicht verkennbar.

Die Einschnürung des bläulichweißen Lichtes innerhalb der Spule, die als Außenelektrode anzusehen ist, zu einem Doppelkegel, ist nun eine Folge des vorhin erwähnten dunklen Raumes, in dessen Bereich wenig Ionisation stattfindet, und der mithin das Zustandekommen des Ringstromes, das, wie wir weiter unten erkennen werden, immer an reichliche Ionisation in der Nähe der Spule geknüpft ist, verhindert. Man konnte bei dem Versuche beobachten, wie durch Einwirkung der als Sekundärelektroden dienenden Stanniolringe das bläulichweiße Licht wieder mehr in die Spule hineingedrängt wurde, der dort vorhandene dunkle Raum also verringert wurde. Ob dabei statische Einflüsse von Wandladungen im Ringe wirksam sind, oder ob eine Verkürzung des dunklen Raumes infolge erhöhter Stromstärke zwischen Stanniolringen und Spule erfolgt, wie sie O. Lehmann[1]) für den Kathodendunkelraum festgestellt, oder ob endlich beide Umstände wirksam sind, habe ich noch nicht untersucht. Lag die Spule dem Gefäße nicht unmittelbar an, sondern umgab sie dasselbe in etwa 1 cm Abstand, so wurde auch hierdurch die Bildung des Ringes so erleichtert, daß er auch ohne Ableitung anderer Stellen der Gefäßwandung erschien. Auch bei diesem Versuche ist eine Verringerung des dunklen Raums die entscheidende Ursache; denn daß diese Verkleinerung bei weiterem Abstande der Außenelektroden eintritt, haben ja auch schon H. Ebert und E. Wiedemann (l. c.) nachgewiesen; auch schon eine in einer Ebene gewickelte und dem Gefäß wieder unmittelbar anliegende Spule ließ den Ringstrom leichter auftreten und zwar aus demselben Grunde.

Ist andererseits in einem Gefäße von solcher Gasverdünnung, daß sich Dunkelräume schon einigermaßen bemerklich machen, der Ring also schon seine scharfe Form verliert, ein Ringstrom vorhanden, so kann man seine Leuchtkraft durch Berühren der Gefäßwandung in der Nähe der Spule, besonders, wenn der Ringstrom, wie in einem doppelwandigen, zylindrischen Dewarschen Gefäß nicht ins Innere zurückweichen kann, erheblich schwächen. Die schwächende Ursache sind diesmal die in unmittelbarer Nähe der Spule erzeugten dunklen Räume. Sie erschweren dem zwischen ihnen hindurchgehenden Ringstrom den Durchtritt; doch traten die wirksamen Verhältnisse klarer und übersichtlicher bei folgendem Versuche auf: Benutzt wurde ein kugeliges Dewarsches Gefäß, dessen äußere Kugel einen Radius von 6,3 cm, dessen innere Kugel einen solchen von 5,2 cm besitzt, so daß der überall nicht ganz gleiche Wandabstand der beiden Kugeln etwa 1 cm beträgt. Wurde dasselbe mit Hilfe eines hineingesteckten Hartgummistabes wohl isoliert befestigt und mit einer zylindrisch gewickelten, eng anschließenden Spule aus 4 Windungen am Äquator umgeben, so zeigte sich auch bei stärkster Inanspruchnahme der Kapazität kein Ringstrom, sondern bei Fluoreszenz des Glases, die besonders in unmittelbarer Nähe der Spule auftrat, in einiger Entfernung von dieser ein diffuses, weißliches Licht im Gefäß, das aber auch mit irgendeiner Form des Ringstromes keine Ähnlichkeit hatte. Befestigte man nun die Flasche, ohne sie zu isolieren, mit dem Halse an einem Stativ, füllte etwas Quecksilber in die Kugel und leitete dieses durch einen eingetauchten Draht zur Erde ab, so entstanden überraschend zwei Ringströme von gut begrenzter Form und Helligkeit zu beiden Seiten der Spule in einer Entfernung von 2 cm parallel zu ihr verlaufend, wie es die umstehende Zeichnung (Fig. 2) wiederzugeben versucht.

Diese bewiesen sich nun besonders empfindlich gegen die Einwirkung von sekundären Elektroden, denn setzte man in der Nähe eines der beiden Ströme den Finger auf die Gefäßwand, so bog der Ringstrom um die Berührungsstelle herum, wobei er aber an anderen Stellen seine Entfernung von der Spule nicht änderte, er wurde also durch den Dunkelraum beiseite gedrängt. Berührte man das Glas in größerer Ausdehnung bei dem Ringe, so verschwand

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 7, 1, 1902.



H Halter, *Hg* Quecksilber, *RR* Ringstrom, *Sp* Spule.
Fig. 2.

dieser gänzlich, während der Ringstrom auf der anderen Seite der Spule bestehen blieb. Auch diese Erscheinung erklärt sich durch die Wirkung des erzeugten Dunkelraumes. Der Ringstrom sucht ihn, wie gezeigt, zu vermeiden, wird dabei der Umweg zu groß, so wird der Ringstrom aus dem wirksamen Bereich der später zu erörternden magnetischen Schwingungen gebracht, dazu wächst der Widerstand, und der mehr und mehr geschwächte Ring erlischt. Ein dunkler Raum ist auch innerhalb der Spule vorhanden, aber dort kann sich, weil der Zwischenraum der Doppelwandung nur 1 cm beträgt, auch bei Erzeugung sekundärer Elektroden an anderen Stellen des Gefäßes kein Ring bilden. Erst in einem gewissen seitlichen Abstande von der Spule und den sekundären Elektroden halten sich positive Ionen und Elektronen zur erforderlichen Ionisation, und in diesem Bereich entsteht dann der Ringstrom. Daß dabei die Erzeugung einer Sekundärelektrode durch Quecksilber an dem einen Pole des Gefäßes und ebenso durch den Aluminiumhalter des Stativs am Halse des Gefäßes von großem Einfluß ist, zeigte sich, wenn man die Erdleitung zum Quecksilber aufhob und den Aluminiumhalter des Stativs durch zwei Glasstäbe ersetzte. Ringströme traten dann nicht mehr auf. Stellte man die Erdleitung zum Quecksilber wieder her, beließ aber die Glasstäbe an ihrer Stelle, so trat der dem Quecksilber am nächsten befindliche Ringstrom allein auf. Entsprechend k nte der dem Aluminiumhalter zunächst auftretende Ringstrom allein erhalten werden, wenn man lediglich die Erdleitung zum Quecksilber beseitigte. Einen Ringstrom außerhalb der Spule habe ich aber auch in dem bereits erwähnten Gefäß mit Crookesschem Vakuum beobachten können. Hier fehlte aber der Innenkörper, ein Beweis, daß dieser für das Auftreten der fraglichen Erscheinung nicht erforderlich ist, sondern eine geeignete Verteilung von Sekundärelektroden, die ich durch passende Ableitung der Oberfläche des Gefäßes herstellen konnte.

Man hat bisher dem großen Einfluß des dunklen Raumes auf die Ringströme, den ich durch die mitgeteilten Versuche glaube nachgewiesen zu haben, keine Beachtung geschenkt, um so eifriger sich aber mit dem Entscheid der Frage beschäftigt: Ist der Ringstrom lediglich eine Folge des vorhandenen magnetischen Wechselfeldes, oder spielen auch die Potentialunterschiede der Spule dabei eine Rolle? Man wird dies entscheiden können, wenn es gelingt, mit nur einem der Effekte allein einen Ringstrom zu erzeugen. Maßnahmen sind in dieser Hinsicht bereits von J. Härdén[1]), E. Lecher[2]) A. Steiner[3]), B. Davis[4]) und K. Fischer[5]) getroffen worden, von denen mir nach meinen wiederholenden Versuchen die von E. Lecher und A. Steiner am überzeugendsten erscheinen. B. Davis wickelte, um Impedanzwirkungen zu vermeiden, eine ebene Spule, legte sie um das Entladungsgefäß und fand, daß der Ringstrom sich bildete. Indes kann man bei dieser Anordnung auf der Spule noch genügend hohe Potentialunterschiede haben, um dadurch eine Ionisation in dem Gefäß hervorzurufen, zumal wenn die Spule aus mehreren Windungen besteht und nicht gerade im Spannungsknoten des Schwingungskreises sich befindet. Ich habe eine solche Spule, aus 5 Windungen bestehend, die so angeordnet war, daß sie den Spannungsknoten des Senderkreises in sich enthielt, mit einem Heliumrohr abgesucht, indem ich es senkrecht zu den Windungen an der Spule herumführte. Es leuchtete auf allen Windungen, mit Ausnahme der mittleren, wo es gänzlich dunkel blieb, hell auf, besonders auf der innersten und äußersten. In der mittleren Windung befand sich der Spannungsknoten des Kreises. Es erhellt hieraus, daß es zum Entscheid der interessierenden Frage wichtig ist, in der Spule keinen Bereich der Leitung zu haben, der

1) J. Härdén, diese Zeitschr. **5**, 74, 1904.
2) E. Lecher, diese Zeitschr. **5**, 179, 1904.
3) A. Steiner, Sitzungsbericht d. k. Akademie der Wissenschaften in Wien CXII, IIa, 1904.
4) B. Davis, Phys. Rev. **20**, 129, 1905.
5) K. Fischer, diese Zeitschr. **11**, 39, 1910.

wesentlich vom Spannungsknoten entfernt ist, da sonst der Effekt durch Potentialwechsel nicht genügend ausgeschlossen ist. Es dürften bei der Anordnung von K. Fischer, der das Entladungsgefäß dadurch, daß er es der Funkenstrecke möglichst nahe brachte, in einen Strömungsbauch setzte, Potentialwechsel nicht ausreichend zu vermeiden sein. Jedenfalls ergab ein Versuch mit dem Heliumrohr dort helles Leuchten.

Ein reiner Spannungsknoten mit Strombauch findet sich aber in einem geschlossenen Sekundärkreise stets und ist dort leicht mit Hilfe des Heliumrohres festzustellen. Dort brachte ich durch Zusammenbiegen der Leitung zu einer einzigen Windung eine Spule hervor, probte mit dem Heliumrohr, ob in ihr auch der Spannungsknoten rein genug vorhanden und legte sie um ein evakuiertes zylindrisches Gefäß von 6 cm Durchmesser. Dieses Gefäß ließ nach meinen Erfahrungen den Ringstrom besonders leicht entstehen. Es blieb, als der Erreger in Tätigkeit gesetzt wurde, dunkel, auch wenn die Kapazität des Kondensators und damit die Stromstärke möglichst erhöht wurde. Ich rückte nun dadurch das Gefäß aus dem Spannungsknoten, daß ich die eine der Leitungen zur Windung um etwa 15 cm verlängerte. Jetzt erhellte sich das Gefäß bei der Tätigkeit des Erregers sofort und auch der Ringstrom war deutlich zu erkennen. Da nun durch Veränderung der Lage des Gefäßes im Schwingungskreise durch Einfügen einer Drahtlänge von 15 cm die Magnetisierungsstärke des Stromes nicht erhöht sein kann, so folgt, daß das elektromagnetische Wechselfeld der Spule die Ionisation zur Bildung des Ringstromes nicht einleitete; dieses besorgte erst der bei der Verrückung des Gefäßes aus dem Spannungsknoten bedeutend höhere Potentialwechsel des Spulenringes. Rückt man nun aber die Spule und damit das Gefäß noch weiter aus dem Spannungsknoten, so tritt nur eine Erhellung des Gefäßes, aber kein Ringstrom auf. Dieser Umstand beweist aber, daß das nun vorhandene magnetische Wechselfeld die infolge der höheren Potentiale der Spule stärker gewordene Wirkung des Dunkelraumes innerhalb der Windung zur Bildung eines Ringstromes nicht mehr zu überwinden vermag. Fügte man nun der vorhandenen Windung noch eine hinzu, erhöhte also die Stärke des Magnetfeldes, so trat auch der Ringstrom wieder auf. Es sind demnach Potentialwechsel und magnetische Effekte erforderlich, um einen Ringstrom zu erzeugen, und sie müssen mit Rücksicht auf die Größe und Evakuierung des Gefäßes in einem gewissen Verhältnis zueinander stehen, damit das magnetische Wechselfeld die durch den Potentialwechsel erzeugten Ionen zum Ringstrom ordnen kann.

Die Wirkung der magnetischen Effekte läßt sich noch durch folgenden Versuch hübsch demonstrieren. Ein kugeliges Gefäß von 10 cm Durchmesser, das so weit evakuiert war, daß der Ringstrom leicht und intensiv auftrat, andererseits aber auch die dunklen Räume möglichst wenig störten, wurde mit zwei zylindrisch gewickelten, aus je 4 Windungen bestehenden Spulen — die eine äquatorial die andere meridional — umgeben und je ein Ende jeder Spule mit je einem Ende des Senderkreises verbunden. Wurde nun der Erregerkreis in Tätigkeit gebracht, so traten nicht nur in beiden Spulen helle Ringströme auf, sondern zwei gegenüberliegende Quadranten der Kugeloberfläche leuchteten in ihrer ganzen Ausdehnung hell, während die beiden anderen dunkel blieben. Die hell leuchtenden Quadranten waren stets diejenigen, bei welchen die sie begrenzenden Spulenhälften stets gleichgerichtete Ströme enthielten.

Man kann zur Erklärung der Erscheinung an die anziehende Wirkung der die Spulen durchfließenden Ströme auf die Ringströme denken. Dann käme aber allein die Phase in Betracht, bei der der Ringstrom der einen Spule dem induzierenden Strom der anderen Spule gleichgerichtet ist. Es wäre dann aber nicht zu verstehen, warum die anderen Quadranten dunkel bleiben; denn die Gleichrichtung des Ringstromes der einen Spule mit dem induzierenden Strom der anderen findet sich doch auch hier in einer Phase. Zieht man aber den Verlauf der Kraftlinien der durch beide Spulen induzierten magnetischen Wechselfelder in Betracht, so erklärt sich die auffallende Erscheinung leicht. Die vorhandenen Ionen erhalten Antriebe senkrecht zur Richtung der Kraftlinien. Diesem Antriebe können sie in den erleuchteten Quadranten wie beim Ringstrom selbst folgen; denn dort biegen sich infolge ständig entgegengesetzter Polarität der erzeugten magnetischen Felder die Kraftlinien zueinander hin, während in den dunkel bleibenden Quadranten infolge ständig gleicher Polarität der magnetischen Felder die Kraftlinien sich gegenseitig abstoßend resultierend eine senkrechte Richtung zur Gefäßwand besitzen und mithin den dort befindlichen Ionen einen Antrieb aus diesem Bereiche hinweg erteilen.

Mit Rücksicht auf den von N. Tesla[1]) eingenommenen Standpunkt möchte ich noch erwähnen, daß auch im Teslafelde Gebilde ent-

1) N. Tesla, Experimente mit Strömen hoher Wechselzahl von E. de Fodor, Wien 1894, S. 262.

stehen können, die dem in Rede stehenden Ringstrom sehr ähnlich sehen; darüber belehrte mich ein Versuch, den ich mit einem zu einem Ringe gebogenen evakuierten Rohre von 3 cm Weite im Teslafelde anstellte. Brachte ich dasselbe horizontal zwischen die das Feld erzeugenden senkrechten Platten, so erschien eine ringförmige positive Lichtsäule. Aber für dieses Ringgebilde ist offenbar die Gefäßform maßgebend.

Abschließend bemerke ich also, daß ich auf Grund der mitgeteilten Versuche hinsichtlich der Entstehungsursachen des Ringstromes die von E. Lecher und A. Steiner angegebene Auffassung teile, wonach die zur Hervorbringung des Ringstromes erforderliche Ionisation durch Potentialunterschiede der Spule erfolgt, die Anordnung der Ionen zum Ringstrom aber durch das magnetische Wechselfeld hervorgebracht wird.

Als Ursache des Verschwindens des Ringstromes infolge zu hoher Evakuierung des Gefäßes betrachte ich aber nicht die Abnahme des Druckes als unmittelbare Ursache in der Art etwa, daß die Anzahl der Molekeln zu gering wird, um genügende Ionisation zuzulassen, sondern den bei sehr niedrigen Drucken sehr groß werdenden dunklen Raum in der Spule. Da in seinem Bereiche die Ionisation nicht genügend ist, so muß der Ringstrom dort erlöschen; außerhalb des Bereiches kann er, wie gezeigt, noch auftreten.

Es macht sich in engen Gefäßen die Wirkung des dunklen Raumes stärker und somit auch schon bei etwas höheren Drucken bemerkbar, weshalb in diesen, wie das auch immer beobachtet worden ist, das Verschwinden des Ringstromes schon bei höheren Drucken eintritt als wie in weiten Gefäßen. Bei engen Gefäßen ist bei dem im Augenblicke des Verschwindens des Ringstromes herrschenden Druck „d" der ganze innerhalb der Spule befindliche Raum bereits Bereich der Wirksamkeit des dunklen Raumes, bei weiten Gefäßen bei demselben Druck „d" aber noch nicht. In ihnen kann innerhalb der Spule noch Ionisation stattfinden, wenn auch in einiger Entfernung von der Wand. Die erzeugten Ionen werden dann durch das vorhandene magnetische Feld wieder zum Ringstrom geordnet, der sich freilich der Wand nur so weit nähern kann, bis die auf die Ionen wirkenden Kräfte im Gleichgewicht sind. Sinkt im weiten Gefäß der Druck mehr und mehr, so wächst die Größe des dunklen Raumes, sein Wirkungsbereich erstreckt sich schließlich wieder durch den ganzen Raum in der Spule und auch natürlich weiter seitlich, und der Ringstrom erlischt auch im weiteren Gefäß.

Hagen, den 12. März 1912.

(Eingegangen 25. März 1912.)

Hertzsche Versuche mit Strahlen elektrischer Kraft, durch Heliumröhren dargestellt.

Von L. Zehnder.

Daß Heliumröhren vermöge ihres geringeren Entladungspotentials leichter zum Leuchten gebracht werden, als mit Stickstoff gefüllte Vakuumröhren, ist bekannt; ebenso daß jene unter sonst gleichen Umständen heller leuchten als diese. Ich habe mich deshalb in einem Vortrag[1]) bei der objektiven Darstellung der Lecherversuche solcher Heliumröhren bedient, die im verdunkelten Hörsaal die Spannungsbäuche bei elektrischen Drahtwellen, sowie die Zu- und Abnahme der Spannungen in der Nähe der Bäuche auf große Entfernungen sichtbar werden ließen. Wird nur dafür gesorgt, daß die Lecherdrähte von der Heliumröhre immer in derselben Weise vollkommen berührt werden[2]), so erhält man ein außerordentlich schönes Demonstrationsmittel der Lecherschen Versuche.

Mein Bestreben war seit langer Zeit darauf gerichtet, die Hertzschen Originalversuche mit Strahlen elektrischer Kraft in eine Form zu bringen, daß sie in jeder Experimentalphysikvorlesung bequem demonstriert werden können. Meine Vakuumröhren, in denen die Hertzschen Fünkchen eine helle Glimmlichtentladung einer Akkumulatorenhochspannung auslösen und dadurch sichtbar werden[3]), eignen sich darum besonders für diesen Zweck, weil die Wirkungen im Resonator genau an der Stelle unmittelbar sichtbar gemacht werden können, wo sie der Theorie zufolge am kräftigsten auftreten sollen, also z. B. bei den Hertzschen Spiegelversuchen im Mittelpunkt des Resonators. Es kann nicht bezweifelt werden, daß eine solche Darstellungsart viel unmittelbarer auf den Lernenden einwirkt, als wenn nur ein irgendwo im Hörsaal aufgestelltes Elektroskop oder Galvanometer usf. zu Ausschlägen veranlaßt wird.

Als sich die Heliumröhren Bahn brachen, dachte ich daran, meine Vakuumröhren gleichfalls mit Helium füllen zu lassen, um die notwendige Hochspannung der Akkumulatorenbatterie herabzusetzen und zugleich ihr Glimmlicht heller erscheinen zu lassen. Aber erst vor einem Jahre ließ ich endlich zwei solche Heliumröhren herstellen, und der Erfolg war ein sehr günstiger. Die Röhren leuchten weit heller als die früher nur mit Stickstoff gefüllten Röhren, sowohl wenn sie das Glimmlicht der Akkumulatorenhochspannung einleiten (meine

1) Elektrotechn. Verein, vergl. Elektrotechn. Zeitschr., **29**, 1019, 1908.
2) Ann. d. Phys. (4) **33**, 639, 1910.
3) Ann. d. Phys. (3) **47**, 77, 1892; **52**, 34, 1894; (4) **9**, 899, 1902; **33**, 631, 635, 1910.

Vakuumröhre A), als auch wenn sie nur die Hertzschen Fünkchen selber als Glimmlicht entstehen lassen sollen (meine Vakuumröhre B). Die Spannung des Hochspannungsakkumulators kann bei diesen Heliumröhren ebenfalls vermindert werden, indessen noch nicht bis auf die Netzspannungen von 220 Volt herab, worauf ich mein Augenmerk besonders gerichtet hatte.

Das Entladungspotential in meinen Vakuumröhren ist vom Abstand der Elektroden abhängig. Je näher beide Elektroden stehen, um so leichter setzt die Entladung ein. Aus diesem Grunde habe ich die Hertzschen Elektroden meiner Röhre einander möglichst nahe angeordnet. Schon eine Potentialdifferenz von etwa 200 Volt bringt bei Heliumfüllung zwischen ihnen eine dauernde Glimmlichtentladung zustande. Von diesem Gesichtspunkte ausgehend habe ich zwei von den einander sehr nahe liegenden Elektroden meiner Vakuumröhre — nämlich eine der beiden Hertzschen Elektroden HH (Fig. 1, A, B) und

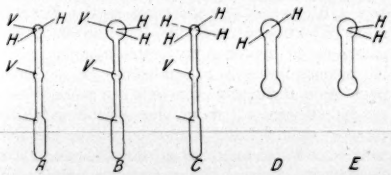


Fig. 1.

die nähere der beiden Elektroden für die Hochspannung VV — an die Netzleitung für Beleuchtung, an die Lichtleitung angeschlossen und bei beiden Röhren A und B die Wirkung erzielt, daß die Hertzschen Fünkchen nun auch die Entladungen der gewöhnlichen Lichtleitung als Glimmlichtentladungen einleiteten, wie früher die Hochspannung von etwa 800—1000 Volt des Hochspannungsakkumulators.

Eine Empfindlichkeitssteigerung konnte ich bei dieser Anordnung nicht wahrnehmen. Ich habe auch versucht, die beiden Hertzschen Elektroden selber an die Lichtleitung zu legen, um unmittelbar zwischen ihnen die Entladungen der Lichtleitung durch die Hertzschen Fünkchen einleiten zu lassen; doch hatte ich damit einen entschiedenen Mißerfolg: die an die Hertzschen Elektroden angelegten Leitungsdrähte der Lichtleitung nahmen, wenn sie noch nicht unter Spannung standen, sogar die Hertzschen Fünkchen weg. In der Tat müssen sich ja die elektrischen Wellen des Resonators in die genannten Leitungsdrähte fortpflanzen, und es kann nicht durch Steigerung vermöge der Resonanzwirkung ein besonders hohes Entladungspotential in der Vakuumröhre zustande kommen.

Um nun den Hertzschen Schwingungen durch Selbstinduktionswirkung den Weg in die Zuleitungsdrähte der Lichtleitung zu versperren, habe ich die letzten Enden derselben, wo sie die Hertzschen Elektroden berühren, zu kleinen engen Spiralen von 0,5 cm innerem Radius in 20 bis 25 möglichst eng aneinanderliegenden Windungen gewickelt und damit vollkommenen Erfolg gehabt. Bei dieser Anordnung nehmen die Zuleitungsdrähte die Hertzschen Fünkchen in keiner Weise mehr weg.

Es lag nahe, dasselbe Prinzip auch auf den Hertzschen Oszillator, wie überhaupt auf alle Hertzschen Schwingungen, teilweise auch auf die der drahtlosen Telegraphie, anzuwenden. Denn schon Hertz hat beobachtet, daß in den Zuleitungen zu seinen Oszillatoren starke Spannungsschwankungen vorkommen, die sogar Funkenbildungen nach dem primären Spiegel da, wo dieser von den Zuleitungsdrähten durchsetzt wird, veranlassen können. Nachdem ich auch hier die Enden der Zuleitungsdrähte zu Spiralen von etwa 22 möglichst engen Windungen mit einem inneren Durchmesser von 0,5 cm gewickelt hatte, war die Wirkung bedeutend verstärkt. In einem Spiegelabstand, bei dem von zahlreichen Stromschlüssen nicht ein einziger meine Röhre zum Leuchten gebracht hatte, wenn Zuleitungsdrähte ohne die Selbstinduktionsspiralen genommen wurden, setzte die Entladung bei sonst ganz gleichen Zuleitungsdrähten mit Selbstinduktionsspiralen kaum ein einziges Mal aus. In verschiedenen Versuchsreihen erhielt ich:

ohne Selbstinduktion bei 50 Stromschlüssen im Oszillator nie Ansprechen des Resonators,
mit Selbstinduktion bei 50 Stromschlüssen im Oszillator jedesmaliges Ansprechen des Resonators.

Meine Versuche führte ich mit den Mitteln des Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsamtes mit Hertzschen Spiegeln in Originalgröße aus, also mit Blechspiegeln von 2 m Höhe. Der Oszillator und der Resonator waren auf gut isolierenden Stützen befestigt, ohne irgendwelche unnötigen Metallteile, und überhaupt im wesentlichen so konstruiert, wie ich alles dies früher beschrieben habe[1]). Die Einführungsdrähte zum Oszillator versah ich an ihren Enden mit aufgeschlitzten, also federnden, etwa 0,3 cm dicken Stöpselchen, die in entsprechende Löcher der Oszillatorhälften hineinpassen. Außerdem verwendete ich eben die oben erwähnten Selbstinduktionsspiralen an

1) Ann. d. Phys. (3) 52, 34, 1894.

den Enden der Zuleitungsdrähte für den Oszillator und für den Resonator.

Früher betonte ich immer die Nützlichkeit eines gut funktionierenden Deprez-Unterbrechers. Doch wirkt z. B. auch der gewöhnliche Neefsche Hammer ganz gut. Für die vorliegenden Versuche habe ich einen der schwächsten mir zur Verfügung stehenden Induktoren gewählt, nämlich einen Funkeninduktor, dessen Herkunft nicht mehr bestimmt werden konnte, da er schon vor langer Zeit vom Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsamt angeschafft worden ist. Seine Spule ist außen 30 cm lang und hat 11 cm Durchmesser. Bei 5 Amp. Stromstärke ist die maximale Funkenlänge dieses Induktors, der natürlich längst nicht mehr seine volle Wirkungsfähigkeit besitzt, höchstens noch 5,5 cm zwischen Spitzen aus etwa 0,1 cm starken Kupferdrähten, ferner erhält man bei 2,4 Amp. Stromstärke noch 3,1 cm lange Funken. Dies mag zeigen, daß jedem Experimentalphysiker der nötige Induktor zur Verfügung stehen wird.

Ich benutzte den Induktor zuerst nur mit seinem Neefschen Hammer und verwendete zu seinem Betriebe Ströme von 2—5 Amp. Bei Benutzung des Deprez-Unterbrechers, der später an diesem Funkeninduktor angebracht worden ist, betrug die beste Stromstärke 2,5—3 Amp., alles bei einer Akkumulatorenbatterie von 16 Volt Spannung. Die Reichweite für die Wirkung war für beide Unterbrecherarten nicht wesentlich verschieden. Die Abstände der Spiegelbrennlinien betrugen 3—5 m, je nach der Empfindlichkeit der Vakuumröhren und der Wirkungsfähigkeit des Oszillators; denn diese Wirkungsfähigkeit nimmt nach jeder Instandstellung des Oszillators[1]) zuerst zu, bleibt dann längere Zeit konstant, nimmt aber zuletzt wieder ab.

Die benutzte Netzspannung kann schon bei 110 Volt zum Ziele führen, da man hiermit bereits eine Verstärkung der Wirkung und eine Vergrößerung der Sichtbarkeit der Glimmlichtentladung meiner Vakuumröhren zu erhalten imstande ist. Besser ist aber die Verwendung einer Lichtleitung von 220 Volt, wie sie wohl jetzt jedem physikalischen Kabinett zur Verfügung stehen wird. Man schließt diese Spannung durch einen großen regulierbaren Starkstromwiderstand r (Fig. 2), von dem man beliebige Spannungen zwischen 0 und 220 Volt abgreifen kann. Hier eignet sich z. B. ein Ruhstratwiderstand von $r = 10000$ Ohm oder weniger, bis zu $r = 100$ Ohm herab. Von den beiden Schleifkontakten $k_1 k_2$ gehen dann die beiden Leitungen

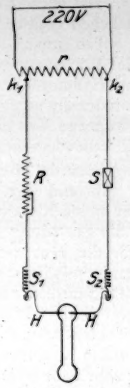


Fig. 2.

durch einen anderen regulierbaren Widerstand von z. B. etwa $R = 1000$ Ohm zu den Hertzschen Elektroden HH der Vakuumröhre, bei denen sie in den oben erwähnten kleinen Selbstinduktionsspiralen $S_1 S_2$ endigen. Bei S kann noch eine Sicherung von etwa 0,2 Amp. eingeschaltet werden, wenn eine solche zur Verfügung steht. Läßt man den Widerstand R weg oder wählt man ihn zu klein, so kann das Glimmlicht in der Vakuumröhre so heftig werden, daß hier ein Kurzschluß für die Netzspannung entsteht, der die Röhre zerstört. Durch Regulieren der von r abgezweigten Spannung, sowie des Widerstandes R gelingt es, die Vakuumröhre ganz besonders empfindlich zu machen. Man reguliert so lange, bis ein sehr schwacher, für die Hörer eben noch sichtbarer Glimmstrom durch die Röhre hindurchgeht. Setzt dann vermöge der Hertzschen Schwingungen noch die Glimmentladung zwischen den Hertz-Elektroden ein, so wird dieses das in der Röhre bereits vorhandene Glimmlicht verstärken und seine Helligkeit entsprechend steigern.

Mit Helium gefüllte Vakuumröhren meiner Konstruktion habe ich folgende zu den Versuchen verwendet:

3 Röhren A (Fig. 1 A), 3 Röhren B (Fig. 1 B), 2 Röhren C (Fig. 1 C).

Die Röhren A und B sind die früher beschriebenen (siehe oben), indessen jetzt mit Helium gefüllt. Die Röhren C dagegen haben 2 Paare von Hertzschen Elektroden HH kreuzweise angeordnet und einander so nahe, daß man zwei von ihnen, ob sie in einer Geraden oder unter rechtem Winkel zueinander stehen, als Hertzsche Elektroden verwenden kann, so daß man

1) Abreiben der Kugelflächen, zwischen denen die Funken entstehen, mit feinstem Schmirgelpapier, nachher mit Pariserrotpapier; nach dieser Behandlung dürfen die Flächen mit keinem anderen Körper mehr berührt werden.

hier aus sechs verschiedenen Kombinationen die empfindlichste heraussuchen kann; auch ist diese Röhre noch brauchbar, wenn zwei beliebige von den vier Hertzschen Elektroden beschädigt, die beiden übrigen aber noch unbeschädigt sein sollten. Endlich stellen die Fig. 1 *D* und *E* die beiden Röhrenformen *A* und *B* dar, aber nur mit einem Paar Hertzscher Elektroden *HH*, beide Röhren mit großer Kugel, aber mit etwas verschiedener Anordnung des Elektrodenpaares. Will man die Röhren für möglichst kurze Wellen verwenden, so wähle man die Form *B* oder *E*. Bei den üblichen Wellenlängen nicht unter $\lambda = 30$ cm werden dagegen alle Röhrenkonstruktionen brauchbar sein. Die Formen *A* und *C* sind zu wählen, wenn man die von mir früher (siehe oben) beschriebenen objektiven Darstellungsarten der Hertzschen elektrischen Schwingungen mit der Hochspannungsbatterie oder mit Wechselstromhochspannung benutzen will; bei der Röhre *C* (und *A*) wird man dann außer *V* irgendeine der Hertzschen Elektroden *HH* für die zur Entladung zu bringende Hochspannung verwenden. In der Regel sind die Röhren *B*, *D* und *E* mit großer Kugel etwas empfindlicher als *A* und *C* mit kleiner Kugel, weil sich das Glimmlicht über längere Elektrodendrähte zu entwickeln vermag. Dennoch kann die Helligkeit des kleineren Glimmlichts der Röhren *A* und *C* für die Sichtbarkeit auf große Abstände hin überwiegen. Auch kommen für die Helligkeit allerlei Nebenumstände in Betracht, z. B. Abstand der Elektroden, Bearbeitung derselben, Druck und Reinheit des Heliumgases, auch die Form der Röhre, so daß im allgemeinen jede Röhre eine etwas andere Empfindlichkeit hat.

Schiebt man den sekundären Hertzschen Spiegel von größter Entfernung, in der man noch gar keine Wirkung erhält, näher und näher an den primären Spiegel heran, so setzen an einer bestimmten Stelle die Entladungen in meiner Vakuumröhre ab und zu ein. Wird nun der Abstand der Spiegel nur unbedeutend kleiner gemacht, so erhält man das regelmäßige Licht in der Vakuumröhre. Dieses Licht bringt deshalb die Hertzschen Schwingungen so instruktiv zur Darstellung, weil es jedem Wechsel des Zustandes der primären Funkenstrecke, wie er dem Gehör zur Wahrnehmung gelangt, genau folgt, so daß der innige Zusammenhang der beiden Vorgänge viel weniger als bei irgendeiner anderen Darstellungsart dieser Hertzschen Versuche bezweifelt werden kann. Nun schiebt man aber die Spiegel noch etwas näher aneinander heran, um so viel nämlich, daß das Glimmlicht meiner Vakuumröhre in dem größten möglichen Abstand der Hörer des Saales eben noch deutlich sichtbar ist. Damit lassen sich dann alle bekannten Hertzschen Versuche mit Strahlen elektrischer Kraft ungemein erfolgreich zur Darstellung bringen. Ich habe in den oben angegebenen Abständen der Spiegelbrennlinien, 3—5 m, bei 220 Volt Spannung an der Vakuumröhre, so starke Glimmlichtentladungen erhalten, daß sie in den mir in meinem Beobachtungsraum zur Verfügung stehenden Abständen von etwa 8 m noch sehr hell zu sehen waren, so daß sie schätzungsweise noch in 20 m Abstand ganz deutlich zu erkennen gewesen wären.

Meine mit Helium (bzw. mit Neon) gefüllten Vakuumröhren sind unter der näheren Bezeichnung *A*, *B*, *C*, *D* oder *E*, wie oben beschrieben, von der Leipziger Glasinstrumentenfabrik Robert Goetze, Leipzig, Härtelstr. 4, zu beziehen, entweder mit elektrolytisch eingeführtem Natrium nach Herrn Warburg, oder mit Kalium nach Herrn Dorn. Die mit Neon gefüllten und mit Kalium versehenen Röhren scheinen besonders empfindlich zu sein.

Nachschrift bei der Korrektur (19. April): Zwei inzwischen von der Glasinstrumentenfabrik gelieferte Neonröhren (Fig. 1 *D*) zeigten sich außerordentlich empfindlich und, bei ihrem rötlichen Licht, so hell, daß die Entladungen ohne Zusatzspannung (Lichtleitung) und ohne Zimmerverdunklung in weitem Umkreis gesehen werden; sie genügen also für sehr große Hörsäle mit Verdunklung. Ganz merkwürdig und noch genauer zu prüfen ist die Erscheinung, daß diese Neonröhren durch Anlegen der Netzspannung an die Hertzschen Elektroden (siehe oben) unempfindlicher werden statt empfindlicher. Schloß ich nämlich in der fertigen Schaltung (Fig. 2) den Strom der Lichtleitung, 220 V., durch *r*, ohne sonst an dem in sich geschlossenen System $rk_1RS_1HHS_2Sk_2r$ irgend etwas zu ändern, so erlosch das Hertzsche Glimmlicht in der Neonröhre; öffnete ich jene Stromleitung, so setzte es wieder ein.

Halensee-Berlin, den 16. März 1912.

(Eingegangen 25. März 1912)

Apparat zur objektiven Demonstration der Phasendifferenz von Wechselströmen.

Von Ad. Lindemann.

Mit Tafel XVII.

Das Bestreben, die durch Selbstinduktion und Kapazität bei Wechselströmen auftretenden Phasenverschiebungen unter einem möglichst geringen Aufwand von Apparaten objektiv zu demonstrieren, führte zur Konstruktion der im folgenden beschriebenen Vorrichtung. Sie ist

verwendbar, wo eine in der Periodenzahl regulierbare Wechselstromquelle zur Verfügung steht und wo es zulässig ist, den Strom als sinusförmig anzunehmen.

Auf die Pole eines Elektromagneten (Fig. 1)[1] sind als Polschuhe zwei 3 mm starke, rechtwinklig gebogene Platten von Eisenblech gesetzt, die in der Mitte quadratische Öffnungen tragen und so gleichzeitig als Blenden dienen. An die eine Platte ist ein Holzbrett geschraubt, das zwei Klemmvorrichtungen für zwei rechtwinklig zueinander stehende Messingfedern trägt. Die 52 mm langen, 3,5 mm breiten und 0,5 mm dicken Messingfedern sind vorn um 90° eingedreht und tragen einen Ansatz von Schablonenblech, in das in der Längsrichtung ein Spalt geschnitten. Von den Blechansätzen führt ein dünnes Metallband zu je einer Klemmschraube. Die Federn stimmt man, ehe man die Klemmvorrichtungen montiert, auf die mittlere Periodenzahl der Wechselstromquelle ab, indem man sie in einen Schraubkloben spannt, den man an der Maschine befestigt. Die mechanische Erschütterung führt bei Übereinstimmung der Perioden zu einer kräftigen Resonanz. Die beschriebenen Federn sind auf einen Strom von etwa 45 Perioden abgestimmt.

Leitet man Wechselstrom durch die Federn, während das Feld erregt ist, so geraten dieselben schon bei geringen Stromstärken in Schwingungen, wenn man die Tourenzahl der Maschine so reguliert, daß man sich der Resonanz nähert. Der Kreuzungspunkt der beiden Spalte, auf dem man das Bild des Kohlekraters einer kleinen Bogenlampe entwirft, und von dem man ein beliebig vergrößertes Bild projizieren kann, beschreibt dann Lissajoussche Figuren, aus denen in bekannter Weise die auftretenden Phasendifferenzen erschlossen werden können. Die ruhigsten Figuren bekommt man bei etwa $^1/_2$ Amp. Stromstärke und einiger Entfernung von der Resonanz, doch gab selbst der Entladungsstrom eines Kondensators von 3 Mikrofarad noch brauchbare Bilder. Der für etwa 3 Amp. gebaute Elektromagnet wurde in der Regel nur mit 1 Amp. erregt. Zum Zwecke genauerer Abstimmung der Federn kann man sogar mit einseitig entferntem Polschuh — wie in Fig. 1 — arbeiten.

Die Fig. 2—8 sind photographische Aufnahmen von auf einer Mattscheibe entworfenen Schwingungsfiguren.

Fig. 2 ist hervorgerufen durch zwei induktionsfrei regulierte Ströme von 0,5 Amp., Fig. 3 durch zwei Ströme von 1 Amp., von denen der eine die Primärspule eines kleinen Transformators durchfloß, so daß eine Phasenverschiebung von etwa 70° auftrat. Fig. 4 ist erhalten durch den Entladungsstrom eines Kondensators von 3 Mikrofarad und einen induktionsfrei regulierten Strom von 0,1 Amp.

Die Aufnahmen Fig. 5—8 zeigen, daß Selbstinduktion und Kapazität die Phase in entgegengesetzter Richtung verschieben. Sie sind gewonnen, indem der photographische Apparat während der Exposition — immer in demselben Sinne — mit der Hand bewegt wurde. Es zeigt sich, daß die Stellen, wo die Summe bzw. Differenz von Kamerageschwindigkeit und Geschwindigkeit des Lichtflecks auftritt, in den Fig. 5 und 6, die durch Einschalten einer Selbstinduktion erhalten sind, vertauscht sind gegen Fig. 7 und 8, bei denen in dem einen Stromkreise ein Kondensator liegt. Die Rotationsrichtung des Lichtfleckes ist also in beiden Fällen verschieden. Objektiv demonstrieren lassen sich die letzten Figuren sehr einfach, indem man die Lichtstrahlen vor ihrer Vereinigung auf dem Projektionsschirm von einem in der Hand bewegten Spiegel reflektieren läßt.

Hamburg, März 1912.

(Eingegangen 19. März 1912.)

1) Die Figuren befinden sich auf Tafel XVII.

Eine Anordnung zur direkten Bestimmung des Kopplungsgrades elektrischer Schwingungskreise.

Von Paul Ludewig.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich eine Anordnung beschrieben, die es ermöglicht, auf Grund der Bjerknesschen Theorie die Dämpfung eines elektrischen Schwingungskreises direkt und mit größerer Genauigkeit, als es bisher möglich war, zu bestimmen. Die Anordnung beruht auf der Formel:

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r}. \qquad (1)$$

Es läßt sich zeigen, daß sich die analogen Überlegungen auch für den Fall der Kopplungsmessung zweier elektrischer Schwingungskreise durchführen lassen. Obgleich die Messung in der Praxis nicht die Bedeutung hat, wie die Dämpfungsmessung, sei sie kurz beschrieben, da sie eine wesentliche Erleichterung bei der Messung und zugleich eine Ergänzung des früher beschriebenen Dämpfungsmessers bietet.

Zur Kopplungsmessung stimmt man die beiden zu koppelnden Kreise mit Hilfe eines Resonanzkreises einzeln auf ein und dieselbe

1) P. Ludewig, Ein Dämpfungsmesser für die Praxis der drahtlosen Telegraphie, diese Zeitschr. **12**, 763, 1911.

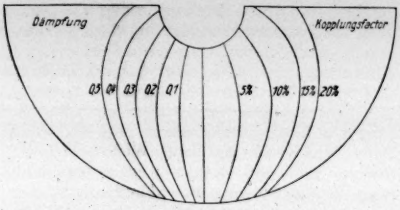


Fig. 1.

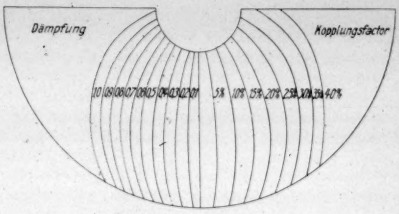


Fig. 2.

Wellenlänge λ_0 ab. Nach der Kopplung zeigt der Resonanzkreis in jedem der beiden gekoppelten Kreise zwei Wellen, λ_1 und λ_2, an, von denen die eine größer, die andere kleiner als λ_0 ist. Bezeichnet man mit k den Kopplungsgrad, so gilt:

$$k = \frac{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}{2\lambda_0^2}. \qquad (2)$$

Führt man an Stelle der Wellenlänge die Kondensatorwerte des Resonanzkreises ein, so ergibt sich:

$$k = \frac{1}{2}\,\frac{C_2 - C_1}{C_0}. \qquad (3)$$

Vergleicht man diese Formel mit der Formel (1), so sieht man, daß sie sich lediglich durch den Faktor π von ihr unterscheidet.

Man kann also bei der Konstruktion eines Kopplungsmessers genau so vorgehen, wie bei der Konstruktion des Dämpfungsmessers. An Stelle des einen Kondensators nimmt man im Resonanzkreis zwei parallel geschaltete (vgl. die entsprechende Figur der früheren Veröffentlichung), stellt den Zeiger des ersten auf die Mitte seiner Skala, stimmt mit dem zweiten Kondensator die beiden zu koppelnden Kreise auf dieselbe Wellenlänge ein und sucht mit dem ersten Kondensator nach der Kopplung die beiden Maxima links und rechts auf. Unter dem Schieber des Zeigers des ersten Kondensators liest man dann den Kopplungsgrad ab.

Es fragt sich, wie groß man das Verhältnis der beiden parallel geschalteten Kondensatoren wählen soll. Für die Dämpfungsmessung hatte sich das Verhältnis von $^1/_4$ oder $^1/_3$ als zweckmäßig erwiesen ($^1/_{10}$ empfahl sich bei großer Genauigkeit von kleinen Dämpfungswerten). Fig. 1 gibt für das Verhältnis $^1/_3$ links von der Mitte die Skala der Isodämpfungskurven, rechts die entsprechenden Isokopplungskurven[1]). Wie man sieht, kann man bei diesem Verhältnis Kopplungen bis zu etwa 20 Proz. messen. Will man noch weiter gehen, so muß man das Verhältnis ändern. So gilt die Fig. 2 für den Fall 1 : 1. Allerdings rücken hier die Isodämpfungskurven so zusammen, daß die Erhöhung der Genauigkeit der Dämpfungsmessung Not leidet. Will man beides, Kopplung und Dämpfung, genau messen, so würde es sich empfehlen, den parallel geschalteten Kondensator zu unterteilen, so daß man das Verhältnis der Kondensatoren ändern kann.

Institut für angewandte Elektrizitätslehre zu Göttingen, Februar 1912.

(Eingegangen 22. März 1912.)

1) Die Figur enthält zwei vollständige Flächenskalen. Jede derselben ist symmetrisch zur Null-Geraden.

Neue Form einer Metallvakuumbogenlampe

Von G. Rümelin.

Janicki[1]) hat bei seinen Untersuchungen über die Struktur feinster Spektrallinien als Lichtquelle eine Röhre folgender Konstruktion benutzt:

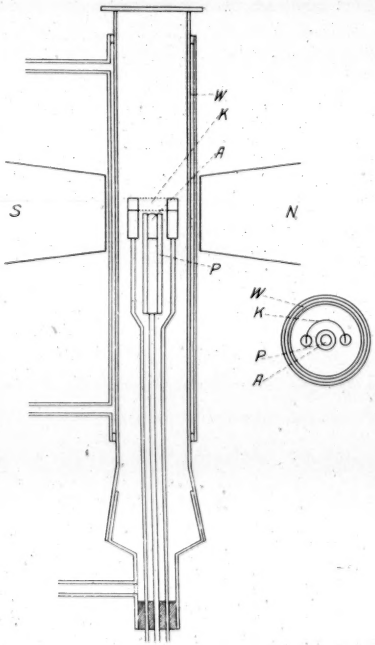
In eine große, durch *Hg*-Pumpe evakuierte Glaskugel sind durch Schliffe eine Wehneltkathode und als Anode ein von einem Porzellanrohr umgebenes Stäbchen des zu untersuchenden Metalles eingeführt. Durch die zwischen den Elektroden bestehende Potentialdifferenz von beiläufig 144 Volt werden die an der Kathode freiwerdenden Elektronen derart beschleunigt, daß sie beim Auftreffen auf die Anode das Material derselben zum Verdampfen bringen. Die spektrale Untersuchung des hierbei an der Anode emittierten Lichtes zeigte, daß es sich in der Regel um Bogenlinien des Anodenmaterials handelte, die Linien waren sehr scharf und von großer Intensität.

In einer auf Veranlassung von Herrn Geh. Rat Voigt unternommenen Arbeit[2]) sollten die von Janicki erhaltenen Resultate mit dem Stufen-

1) Ann. d. Phys. **29**, 837, August 1909.
2) W. Mohammad, Diss., Gött. 1912.

gitter des hiesigen Instituts zunächst nachgeprüft und eventuell erweitert werden.

Um zu ermöglichen, daß die von Janicki angegebene Lichtquelle in einem Magnetfeld untersucht werden konnte, waren gewisse Änderungen der Konstruktion seiner Lampe notwendig. Zweck der vorliegenden Mitteilung ist, die vom Verfasser angegebene, von Herrn Mohammad mit Ausdauer und großem Geschick durchprobierte abgeänderte neue Form



der Lampe zu beschreiben. Über die mit derselben erhaltenen schönen Resultate wird Herr Mohammad (l. c.) berichten.

Ein vertikales Glasrohr von etwa 18 cm Länge und 2,8 cm innerer Weite ist oben durch eine ebene, mit Siegellack aufgekittete Glasplatte verschlossen; unten ist dieselbe mit dem Mantel eines konischen Schliffes verblasen. Der Konus dieses Schliffes besitzt ein mit Schlauchansatz versehenes Rohrstück zum Evakuieren sowie eine zweite Öffnung, durch die drei voneinander durch übergeschobene Glasröhren isolierte, steife Messingdrähte eingeführt und eingekittet sind.

Eine dieser drei Zuleitungen trägt die Anode *A* (siehe beistehende Figur, die einen Vertikalschnitt durch die Röhre und die Polschuhe eines Elektromagneten, sowie einen Querschnitt durch dieselbe in der Höhe der Magnetpole darstellt), die wie bei Janicki konstruiert ist: Über das verdickte Ende des Drahtes ist ein Stück Porzellanrohr von 4 mm lichter Weite geschoben, das das Ende des Drahtes etwa 1,5 cm überragt. In die Höhlung hinein werden Stäbchen aus dem zu untersuchenden Material gebracht; in vielen Fällen ist die Verwendung einer Metallegierung wegen des niedereren Schmelzpunktes der Anwendung des reinen Metalles vorzuziehen.

Die anderen beiden Zuleitungsdrähte tragen kleine Klemmen, die die Enden des *Pt*-Streifens festhalten, der die Wehneltkathode bildet. Der untere Rand dieses *Pt*-Streifens steht etwa 0,5 cm höher als der obere Rand des Porzellanrohres; der Streifen ist so gebogen, daß er möglichst überall gleich weit von der Anode und der Wand der Röhre absteht. Das ganze, aus gewöhnlichem Glase verfertigte Rohr ist noch von einer etwas weiteren Glasröhre umgeben, in dem Zwischenraum fließt Kühlwasser.

Die Röhre wird mit einer Gaedeschen Kapselpumpe evakuiert; zur Vorsicht ist wegen der Gefahr des Eindringens von Kühlwasser in das Vakuum im Falle des Zerspringens der Röhre zwischen diese und die Pumpe eine Flasche von etwa 2 l Inhalt zwischengeschaltet.

Da der äußere Durchmesser der beschriebenen Vorrichtung nur 35 mm beträgt, kann durch einen geeignet konstruierten Elektromagnet an der Stelle des leuchtenden Dampfes ein Magnetfeld bis 7000 C.G.S. erzeugt werden. Bei richtiger Stellung der Kathode gelingt es, dieses Magnetfeld aufrecht zu erhalten, ohne daß die Röhre ausgeblasen wird. Die Kathode muß so stehen, daß die Mehrzahl der von ihr wegen des Magnetfeldes in kreisförmiger Bahn fortfliegenden Elektronen in der Lage ist, die Anode zu erreichen. Die Anordnung der Kathode im Halbkreis erfolgte, um das Brennen von der Stellung des Schliffes unten an der Röhre unabhängig zu machen; die richtige Höhe derselben über dem Rand der Anode wird je nach dem erreichbaren Druck und der verwendeten Spannung zwischen den Elektroden variieren und ist durch Probieren festzustellen.

Es empfiehlt sich beim Brennen im Magnetfelde nicht, das Material der Anode zu stark aufzubrauchen; die Strombahn wird in eine Ebene senkrecht zum Magnetfeld komprimiert, infolgedessen wird die Porzellanröhre an zwei gegenüberstehenden, in derselben Ebene befindlichen Stellen stark angegriffen, so daß sie dort zerstört, scheinbar aufgesägt wird.

Vor der Inbetriebsetzung der Röhre wird die in ihr enthaltene Luft durch Wasserstoff verdrängt; zur Erleichterung der Zündung wird, wie bei Janicki, unmittelbar vor dem Einschalten des Heizstromes und dem Anlegen der Potentialdifferenz (220 Volt) zwischen Kathode und Anode eine kurze Zeitlang die Entladung eines mittleren Induktoriums durch die Röhre hindurchgeschickt.

Göttingen, Physikalisches Institut, Mathematische Abteilung, März 1912.

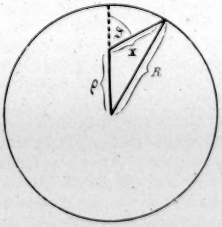
(Eingegangen 18. März 1912.)

Über die Strahlung einer mit radioaktivem Material erfüllten Kugel.

Von E. v. Schweidler.

Unter dem Titel „Über den Einfluß der Absorption im Innern eines radioaktiven Präparates auf die ausgesendete Strahlung" behandelte vor kurzem H. Thirring[1]) den für Gehaltsbestimmungen nach der γ-Strahlenmethode wichtigen Fall, daß eine Kugel homogen mit radioaktiver Masse erfüllt sei und so einen Teil der Strahlung in ihrem Innern absorbiere. Der Verfasser kommt zu dem Resultate, daß die bei diesem Probleme auftretenden Integrale nur mechanisch auszuwerten sind und begnügt sich mit der Angabe numerischer Werte für einige Spezialfälle.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß die Integration — obwohl nicht in geschlossener Form ausführbar — doch auf eine Reihenentwicklung zurückführbar ist und daß auf diese Weise sich ein allgemeiner von speziellen numerischen Werten unabhängiger Ausdruck erhalten läßt. Vorausgesetzt ist hierbei, wie bei Thirring, eine homogene Strahlung, deren Absorption nach dem einfachen Exponentialgesetz $e^{-\mu x}$ erfolgt.



Zur Vereinfachung der Formeln sei zunächst provisorisch die sogenannte „mittlere Reichweite" $\frac{1}{\mu}$ der Strahlen als Längeneinheit eingeführt. Bezeichnet in diesen Einheiten R den Radius der Kugel, ϱ die Distanz des Aufpunktes vom Mittelpunkt, so ergibt sich zunächst das Verhältnis der die Kugeloberfläche durchsetzenden Strahlung i' des Aufpunktes zu seiner Gesamtstrahlung i_0:

$$\frac{i'}{i_0} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} 2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta \cdot e^{-x}.$$

Unter Berücksichtigung der Relationen:

$$\cos\vartheta = \frac{1}{2\varrho}\left[\frac{R^2-\varrho^2}{x} - x\right]$$

und

$$\sin\vartheta\, d\vartheta = \frac{1}{2\varrho}\left[1 + \frac{R^2-\varrho^2}{x^2}\right] dx$$

erhält man:

$$\frac{i'}{i_0} = \frac{1}{4\varrho}\int_{R-\varrho}^{R+\varrho} dx \left[1 + \frac{R^2-\varrho^2}{x^2}\right] e^{-x}.$$

Wird e^{-x} in die bekannte Potenzreihe entwickelt und die Integration gliedweise ausgeführt, so ergibt sich, nachdem zur Abkürzung $(R^2-\varrho^2) = \delta^2$ gesetzt wurde:

$$\begin{aligned}\frac{i'}{i_0} = 1 &+ \frac{1}{2}\cdot\frac{\delta^2}{1\cdot 2} - \frac{R}{2!}\left(1 + \frac{\delta^2}{2\cdot 3}\right) + \\ &+ \frac{1}{2}\frac{\varrho^2+3R^2}{3!}\left(1 + \frac{\delta^2}{3\cdot 4}\right) - \\ &- 2\frac{\varrho^2 R + R^3}{4!}\left(1 + \frac{\delta^2}{4\cdot 5}\right) + \\ &+ \frac{1}{2}\cdot\frac{\varrho^4 + 10\varrho^2R^2 + 5R^4}{5!}\left(1 + \frac{\delta^2}{5\cdot 6}\right) - \\ &- \frac{3\varrho^4 R + 10\varrho^2R^2 + 3R^5}{6!}\left(1 + \frac{\delta^2}{6\cdot 7}\right) + \cdots \\ &- \frac{\delta^2}{4\varrho}\lg\frac{R+\varrho}{R-\varrho}.\end{aligned}$$

Setzt man weiter: $\frac{\varrho}{R} = \varepsilon$, also $\delta^2 = R^2(1-\varepsilon^2)$ und verwendet man die bekannte für $\varepsilon^2 < 1$ gültige Reihenentwicklung:

$$\lg\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = 2\left[\frac{\varepsilon}{1} + \frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{\varepsilon^5}{5} + \cdots\cdots\right],$$

so ergibt sich folgender nach Potenzen von R geordneter Ausdruck (unter Vernachlässigung der Glieder sechster und höherer Ordnung):

$$\begin{aligned}\frac{i'}{i_0} = 1 &- R\left[1 - \left(\frac{\varepsilon^2}{1\cdot 3} + \frac{\varepsilon^4}{3\cdot 5} + \frac{\varepsilon^6}{5\cdot 7} + \frac{\varepsilon^8}{7\cdot 9} + \cdots\right)\right] \\ &+ \frac{R^2}{2}\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{3}\right]\end{aligned}$$

1) H. Thirring, diese Zeitschr. **13**, 266, 1912.

$$-\frac{R^3}{6}$$
$$+\frac{R^4}{24}\left[1+\frac{2}{3}\varepsilon^2-\frac{\varepsilon^4}{15}\right]$$
$$-\frac{R^5}{120}\left[1+\frac{5}{3}\varepsilon^2\right]+\cdots\cdots$$

Im Spezialfall $\varepsilon = 0$ (Mittelpunkt) wird:

$$\frac{i'}{i_0}=1-R+\frac{R^2}{2}-\frac{R^3}{6}+\frac{R^4}{24}-\frac{R^5}{120}+\cdots=e^{-R}.$$

Im Spezialfall $\varepsilon = 1$ (Oberflächenpunkt) wird:

$$\frac{i'}{i_0}=1-\frac{R}{2}+\frac{R^2}{3}-\frac{R^3}{6}+\frac{R^4}{15}-\frac{R^5}{45}+\cdots\cdots,$$

da die unendliche Reihe $S=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots$ den Grenzwert $S=\frac{1}{2}$ besitzt[1]).

Um nun die Gesamtstrahlung der Kugel zu berechnen, empfiehlt es sich, zuerst obigen Ausdruck nach steigenden Potenzen von ε umzuordnen:

$$\frac{i'}{i_0}=A_0+A_2\varepsilon^2+A_4\varepsilon^4+A_6\varepsilon^6+A_8\varepsilon^8+\cdots\cdots,$$

wobei

$$A_0=1-R+\frac{R^2}{2}-\frac{R^3}{6}+\frac{R^4}{24}-\frac{R^5}{120}+\cdots=e^{-R}$$
$$A_2=\frac{R}{1\cdot 3}-\frac{R^2}{6}+\frac{R^4}{36}-\frac{R^5}{72}+\cdots$$
$$A_4=\frac{R}{3\cdot 5}-\frac{R^4}{360}+\cdots$$
$$A_6=\frac{R}{5\cdot 7}+\cdots$$
$$A_8=\frac{R}{7\cdot 9}+\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Die Integration über die gesamte Kugel liefert daher:

$$J_0=i_0\,\frac{4\pi R^3}{3}$$
$$J'=i_0\int_0^R 4\pi\varrho^2 d\varrho\,[A_0+A_2\varepsilon^2+\cdots]=$$
$$=i_0\cdot 4\pi R^3\int_0^1\varepsilon^2 d\varepsilon\,[A_0+A_2\varepsilon^2+\cdots]$$
$$\frac{J'}{J_0}=A_0+\frac{3}{5}A_2+\frac{3}{7}A_4+\frac{3}{9}A_6+\frac{3}{11}A_8+\cdots.$$

Einsetzen der Werte der A und neuerliche Umordnung nach Potenzen von R ergibt:

$$\frac{J'}{J_0}=1-R(1-3S')+R^2\frac{4}{10}-R^3\frac{1}{6}+$$
$$+R^4\frac{2}{35}-\frac{R^5}{60}+\cdots.$$

Dabei ist S' eine unendliche Reihe:

$$S'=\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{1}{3\cdot 5\cdot 7}+\frac{1}{5\cdot 7\cdot 9}+\cdots,$$

deren Summe gleich $1/12$ ist (vgl. Schlömilch, Übungsbuch II, S. 190). Unter Wiedereinführung der gewöhnlichen Längeneinheit erhält man das Resultat:

$$\frac{J'}{J_0}=1-\frac{3}{4}(\mu R)+\frac{4}{10}(\mu R)^2-\frac{1}{6}(\mu R)^3+$$
$$+\frac{2}{35}(\mu R)^4-\frac{1}{60}(\mu R)^5+\cdots.$$

Das vernachlässigte Glied $(\mu R)^6$ erreicht selbst bei $\mu R = 0{,}3$ erst den Betrag $7\cdot 10^{-4}$; es ist also z. B. für eine wässerige Lösung eines radioaktiven Salzes ($\mu =$ etwa 0,03) selbst die Strahlung einer Kugel von 10 cm Radius noch auf mehr als ein Promille genau berechenbar.

Ein Vergleich der von Thirring (l. c.) gefundenen und nach der obigen Formel berechneten numerischen Werte ergibt:

	nach Thirring	aus Formel
$\mu = 0{,}044$, $R = 2$ cm;	$\frac{J'}{J_0}=0{,}9375$;	$=0{,}93699$
$\mu = 0{,}044$, $R = 0{,}1$ „;	$\frac{J'}{J_0}=0{,}9968$;	$=0{,}99671$.

Physikal. Institut der Universität Innsbruck, 10. April 1912.

(Eingegangen 12. April 1912.)

1) Diese Lösung verdanke ich Herrn Professor J. Gmeiner (Innsbruck). Sie ergibt sich, wenn man das allgemeine Glied $\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$ in die Differenz $\frac{n+1}{2n+1}-\frac{n+2}{2n+3}$ auflöst und für die Summe S_p der ersten $(p+1)$-Glieder den Grenzwert für $p=\infty$ ermittelt. Es ist

$$\lim S_p=\lim\left(1-\frac{p+2}{2p+3}\right)=\frac{1}{2}.$$

Über den Hallwachseffekt bei Selen.

Von Gyulai Zoltán.

Einleitung.

1. Es sollte der Hallwachseffekt an Selen untersucht werden. Ich war gezwungen, meine Versuche im September vorigen Jahres auf einige Zeit zu unterbrechen; dieser Umstand veranlaßt mich, die bisherigen Ergebnisse kurz mitzuteilen.

2. Der Hallwachseffekt (nach Ch. Ries[1]) „äußerer photoelektrischer Effekt" im Gegensatz zum „inneren photoelektrischen Effekt": Änderung der Leitfähigkeit durch Bestrahlung) bei Selen wurde bisher nur von Schmidt[2]) mit der Wiedemannschen[3]) sogenannten dynamischen

1) Ch. Ries, diese Zeitschr. **12**, 480 u. 522, 1911.
2) Schmidt, Wied. Ann. **62**, 407, 1897.
3) E. Wiedemann und H. Ebert, Wied. Ann. **33**, 248, 1888.

Methode untersucht. Er findet eine große lichtelektrische Zerstreuung, gibt aber über deren Größenordnung nicht einmal orientierende Werte an, was auch nicht in seiner Absicht war. Gegenstand meiner Versuche bildeten die bei 217° entstehende kristallinische und die amorphe Modifikation des Selens[1]).

Versuchsanordnung.

3. Meine Versuchsanordnung (Fig. 1) gleicht im großen der von R. Reiger[2]), die er bei Untersuchung des photoelektrischen Effektes der Isolatoren benutzte. AB ist ein Kondensator

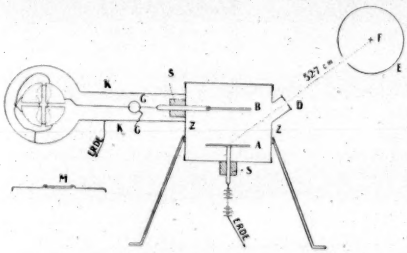


Fig. 1.

(Durchmesser 9,5 cm, Abstand 6,7 cm) mit Schellack vom Zinkkasten zz isoliert. Bei C war ein Quecksilbereinschalter für die Verbindung der Kondensatorscheibe B und des einen Quadrantenpaares des Elektrometers, sowie der Erdleitung G. Die photoelektrischen Ströme wurden mit einem Dolezalekschen Quadrantelektrometer gemessen, das durch die Zinkhülle KK gegen äußere elektrische Einflüsse geschützt war.

Die Kondensatorscheibe A wurde durch die Seitenöffnung D mittels einer Heraeusschen Quecksilberlampe F belichtet. Die Öffnung D war mit einem feinen Drahtnetz bedeckt. Die relative Lage der Scheibe A und der Lampe F wurde während der Versuche nicht verändert. A war mit dem negativen Pol einer Wasserbatterie verbunden, während deren positiver Pol samt Z und K dauernd geerdet waren. D konnte durch eine Zinkscheibe verschlossen werden. Auf die Scheibe A kam das auf ein Metallscheibchen von 3 cm Durchmesser angeschmolzene Selen. Damit die Scheibchen immer in der Mitte von A dieselbe Lage einnehmen, und immer eine gleich große Oberfläche belichtet werde, wurde auf A ein dünnes Blechdiaphragma angebracht mit einer Öffnung von 2,6 cm, das zugleich die Metallscheibchen festhielt (Fig. 1, M). Zwar wurde mit dem Selenscheibchen zugleich das Diaphragma in ca. 3 mm Breite belichtet, dies bewirkte aber keine lichtelektrische Zerstreuung, da das Diaphragma mit Paraffin überzogen war, paraffinierte Oberflächen aber nach Reiger nur bei ganz intensiver Belichtung eine ganz geringfügige Zerstreuung geben, wovon ich mich selbst überzeugte.

Die Konstanz des Speisestromes der Quecksilberlampe wurde durch ein Amperemeter geprüft. Die Gleichmäßigkeit[1]) der Lichtquelle wurde mit Hilfe von zwei berußten Flächen kontrolliert. Ruß[2]) gibt einen sehr konstanten Hallwachseffekt, und die Ozonwirkung ist sehr gering.

Mit Hilfe dieser Scheibchen wurde die Lichtintensität auf einen gemeinsamen Wert reduziert. Da aber nach meinen Beobachtungen auch Ruß sich mit der Zeit etwas verändert, dürfte dadurch nicht jeder Fehler eliminiert sein. Die Nadel des Quadrantelektrometers war mit 80 Wasserelementen geladen. Eine Potentialdifferenz von einem Volt gab einen Ausschlag von 131,2 Skalenteilen (1 Skt. = 2 mm) bei 1 m Skalenabstand. Das eine Quadrantenpaar war dauernd geerdet. Die photoelektrischen Ströme wurden durch die Aufladung der Kondensatorplatte B, d. h. eigentlich durch die Winkelgeschwindigkeit der Elektrometernadel gemessen. Diese Geschwindigkeit ausgedrückt in

$$\frac{\text{Skalenteile}}{\text{Sekunde}}$$

dient zur Charakterisierung der photoelektrischen Empfindlichkeit des Präparates. Die Zeit habe ich mit Hilfe eines Chronographen abgelesen.

4. Das Selen war von Kahlbaum in Stangenform bezogen. Das Herstellen der Präparate geschah wie folgt: Das oben erwähnte Metallscheibchen von 3 cm Durchmesser wurde bis zum Schmelzpunkte des Selens erhitzt und dann eine dünne Selenschicht angeschmolzen. Das geschmolzene Selen wurde mit Hilfe einer geschliffenen Glasplatte geglättet, so daß die Oberfläche spiegelnd wurde. Jetzt wurde die Scheibe abgekühlt durch Auflegen auf eine dicke Bleiplatte, die unten durch Wasser gekühlt war. So erhielt ich schön spiegelnde amorphe

1) Nach Abschluß der Versuche, während der Redaktion dieser Mitteilung, erfuhr ich aus dem „Halbmonatlichen Literaturverzeichnis der Fortschritte der Physik" 1911, Nr. 15, daß eine Arbeit L. Amaduzzis, „L'effetto Hallwachs nel selenio cristallino", Rend. di Bologna, 1910 erschien. Die Arbeit selbst war mir nicht zugänglich. (Vergl. diese Zeitschr. **13**, 165, 1912.)

2) R. Reiger, Ann. d. Phys. **17**, 935, 1905.

1) Hallwachs, diese Zeitschr. **5**, 489, 1904.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. **12**, 449 u. 714, 1903.

Selenoberflächen. Dieses Präparat sei weiterhin nach Ch. Ries[1]) mit Se_0 bezeichnet.

Die kristallinische Modifikation erhielt ich, indem ich die oben erwähnten amorphen Präparate in einem Thermostat während 3 bis 6 Stunden auf einer Temperatur von 200° bis 210° C hielt. Nach dem Kristallisieren wurden die Präparate in eine Kartonschachtel gelegt, und im Dunkeln auf Zimmertemperatur abgekühlt, was 15 bis 20 Minuten in Anspruch nahm. Dies metallische Selenpräparat sei nach Ries[1]) mit Se_{II} bezeichnet.

Der Hallwachseffekt bei Se_{II}.

5. Die photoelektrische Empfindlichkeit des Se_{II} ist nahezu ein Drittel der des geschmirgelten Zinkes. Wie Tabelle 1 zeigt, ist die anfängliche Empfindlichkeit der unter gleichen Umständen verfertigten Präparate ziemlich gleich. Sie schwankt zwischen 1,6 und 2,1. Die Empfindlichkeit des geschmirgelten Zinkes schwankt zwischen 7 und 9, welche Schwankung größtenteils von der durch den Ozongehalt der Luft bewirkten Ermüdung herrühren dürfte. Während aber die Metalle auf freier Luft ohne Ausnahme eine große Ermüdung zeigen, wächst die Empfindlichkeit von Se_{II} mit der Zeit dauernd. Die Zunahme der Empfindlichkeit zeigt aber einen wesentlichen Unterschied, je nachdem das Präparat im Dunkeln gehalten oder der Einwirkung des Lichtes ausgesetzt war. Bei Belichtung steigt die Empfindlichkeit viel schneller. Dieses Verhalten beobachtete ich bei mehr als fünfzig Präparaten. Die Zunahme der Empfindlichkeit im Finstern und bei Belichtung zeigt Tabelle 1. Die erste Kolumne gibt die Nummer des Präparates, die zweite die Zeit der Beobachtung, gerechnet nach der Herstellung des Präparates, die dritte die Empfindlichkeit, wenn das Präparat nur während der Beobachtung belichtet wurde, die fünfte die Empfindlichkeit nach der in der vierten Kolumne angegebenen längeren Belichtung. Die Anfangsempfindlichkeit der Präparate Nr. 14 und Nr. 15 ist ziemlich gleich, aber während die Empfindlichkeit von Nr. 15 nach einer dauernden Belichtung von 51 Minuten von 1,95 bis 2,88 stieg, ist die Empfindlichkeit von Nr. 14, das während der Zeit zwischen den beiden Beobachtungen im Dunkeln war, von 1,91 nur bis 2,15 gestiegen und erreicht nach nahe 18 Stunden nicht die Empfindlichkeit von 15. Ebenso verhalten sich die Präparate Nr. 19, 20, 21. Während die Empfindlichkeit von 21 nach einer Belichtung von 77 Minuten von 2,05 auf 3,16 steigt, steigt die Empfindlichkeit von 19 und 20 in nahe 31 Stunden von 2,01 bzw. 1,98 auf 3,01 bzw. 3,17.

Tabelle 1.

Nummer des Präparates	Zeit der Beobachtung nach der Herstellung: Stunde	Minute	Empfindlichkeit im Dunkeln	Zeitdauer der Lichteinwirkung	Empfindlichkeit nach der Lichteinwirkung
14	—	15	1,95	—	—
	1	14	2,15	—	—
	17	46	2,82	—	—
	29	25	3,07	—	—
15	—	19	1,91	—	—
	1	10	—	51	2,88
	17	49	3,01	—	—
	29	54	3,16	—	—
19	1	44	2,01	—	—
	16	46	2,73	—	—
	70	—	3,33	—	—
20	1	58	1,98	—	—
	16	50	2,73	—	—
	70	7	3,40	—	—
21	1	58	2,05	—	—
	3	15	—	77	3,16
	17	1	2,99	—	—
	70	10	3,50	—	—
10	—	29	1,80	—	—
	27	8	2,74	—	—
	27	58	—	50	3,15
	50	16	3,31	—	—
	50	31	—	15	3,35
12	2	37	1,95	—	—
	3	44	—	67	2,85
	28	6	2,68	—	—
	28	26	—	20	2,86
38	—	21	2,03	—	—
	287	—	3,86	—	—
39	—	26	1,83	—	—
	263	50	3,25	—	—
40	—	32	1,70	—	—
	168	30	3,02	—	—

Die Empfindlichkeit der Präparate nimmt auch im Dunkeln fortwährend zu (dritte Kolumne). Sie behalten längere Zeit die Eigenschaft der Empfindlichkeitszunahme bei Belichtung; es scheint, daß die Empfindlichkeit sowohl im Dunkeln wie bei Belichtung demselben Maximum zustrebt, im Dunkeln aber viel langsamer.

6. In den weiteren Versuchen bildete das Se_{II} die eine Elektrode einer Entladungsröhre, während ihr gegenüber eine Aluminiumplatte als zweite Elektrode stand. Zwischen ihnen befand sich ein Glimmerplättchen, um den Transport materieller Teilchen zur Se_{II}-Elektrode zu verhindern. Die Röhre wurde auf ca. 1 mm evakuiert. Die beiden Elektroden wurden mit den Polen einer Influenzmaschine verbunden, und ein Entladungsstrom von 400—600 Volt Elektrodenspannung durch die Röhre geschickt. Im folgenden werde ich diese Prozedur einfach Elektrisierung nennen; und zwar positive oder negative Elektrisierung, je nachdem das Selen Anode oder Kathode war. Bei den ersten Be-

1) Ch. Ries, l. c.

obachtungen war keine der Elektroden geerdet. Nach der Elektrisierung wurde das Se_{II} aus der Röhre genommen und auf den Hallwachseffekt untersucht; dabei ergab sich, daß die Empfindlichkeit stark verändert wurde. So war z. B. die Anfangsempfindlichkeit des Präparates Nr. 21 3,61 und stieg nach einer negativen Elektrisierung von 2,5 Minuten auf 6,45. Nach einer ähnlichen Behandlung erhielt ich bei verschiedenen Präparaten unregelmäßig sehr große Zunahme, aber auch sehr große Abnahme der Empfindlichkeit.

Andere Metalle, wie Messing, Zink, Eisen, ähnlich behandelt, zeigen große Ermüdung bis zu völliger Unempfindlichkeit.

7. Bei meinen späteren Versuchen war die Aluminiumelektrode geerdet. Die Resultate der Beobachtungen bei zwei gleichzeitig hergestellten Se_{II}-Präparaten geben die Tabellen 2 und 3. Ist das Selen Kathode, so erreicht die Empfindlichkeit ein Maximum nach einer Elektrisierung von ungefähr zwei Minuten, und fällt bei weiterer Elektrisierung ab, siehe Tabelle 2. Die Beobachtungen beziehen sich auf das Präparat Nr. 65. Vor der Elektrisierung war das Präparat 13 Minuten lang belichtet.

Tabelle 2.

Dauer der negativen Elektrisierung in Sekunden	Zeit der Beobachtung: Stunde	Zeit der Beobachtung: Minute	Empfindlichkeit	
	4	8	2,71	Lichtwirkung
	4	11,5	2,94	
	4	16,0	3,18	
	4	21,0	3,34	
5	4	27,5	6,29	
Im Dunkeln	4	34,0	6,29	
	4	38,5	6,25	
5	4	43,5	6,95	
10	4	48,5	7,76	
10	4	54,0	8,60	
20	4	59,5	8,98	
60	5	6,0	9,63	
120	5	13,5	7,47	
300	5	23,5	3,05	

Ist das Selen Anode, so wächst die Empfindlichkeit langsamer als bei negativer Elektrisierung, nähert sich einem Maximum; eine Abnahme tritt nicht ein, wenigstens nicht während der Dauer der von mir angewandten Elektrisierung. Siehe Tabelle 3.

Diese Beobachtung ist auch deswegen bemerkenswert, weil ich hier die größte Empfindlichkeit bei Se_{II} erhielt, mehr als das Doppelte der des frisch geschmirgelten Zinkes. Nach derselben Behandlung erhielt ich in anderen Fällen eine zwischen 9 und 12 schwankende Zunahme nach einer positiven Elektrisierung von

Tabelle 3.

Dauer der positiven Elektrisierung in Sekunden	Zeit der Beobachtung: Stunde	Zeit der Beobachtung: Minute	Empfindlichkeit	
	5	33,0	3,17	Lichtwirkung
	5	38,0	3,33	
	5	42,0	3,47	
5	5	49,0	4,50	
5	5	55,0	5,12	
10	6	1,0	5,63	
60	6	8,5	7,07	
180	6	17,0	9,40	
360	6	29,0	15,09	
600	6	45,5	19,51	

10—12 Minuten. Die Ergebnisse der Tabellen 2 und 3 werden durch die Kurve ABC bzw. ADE der Fig. 2 veranschaulicht.

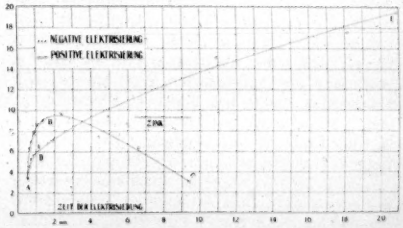


Fig. 2.

8. Bei den folgenden Versuchen blieb die Selenplatte dauernd im Zerstreuungsgefäß. Die Kondensatorplatten A und B (Fig. 1) wurden auf einige Zeit mit je einer Belegung einer Leidener Flasche und je einem Pole der Influenzmaschine verbunden, wobei B geerdet war, und bis ca. 5000 Volt geladen, dann die Verbindung aufgehoben und die Empfindlichkeit bestimmt. War Se_{II} mit dem negativen Pol verbunden, so zeigte es eine Abnahme der Empfindlichkeit nach einer Elektrisierung von 2 bis 3 Minuten, gleichgültig, ob es belichtet wurde oder nicht, hingegen nahm die Empfindlichkeit zu, sobald es mit dem positiven Pol verbunden war. In beiden Fällen verschwindet die Wirkung mit der Zeit, und die Empfindlichkeit steigt bzw. fällt auf den Anfangswert. Diese Beobachtungen werden durch Fig. 3 veranschaulicht.

AB veranschaulicht die einfache Lichtwirkung. Dann wurde das Präparat mit dem negativen Pol der Leidener Flasche 30 sec lang verbunden, währenddem auf das Präparat kein Licht fiel. Der intermediäre Punkt des Kurventeiles BC zeigt, daß die Empfindlichkeit da-

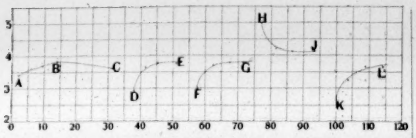


Fig. 3.

durch abgenommen hat. Nach weiterer negativer Elektrisierung von 30 sec, währenddem das Präparat auch belichtet wurde, hat die Empfindlichkeit weiter abgenommen bis C; eine weitere Elektrisierung von 2 Minuten drückt die Empfindlichkeit bis D herab. DE ist die Erholung des sich selbst überlassenen Selens im Dunkeln. F gibt die Empfindlichkeit nach einer weiteren negativen Elektrisierung von 2 Minuten, währenddem das Präparat nicht belichtet war. FG ist wieder die Erholung im Dunkeln. Jetzt wurde das Präparat 2 Minuten lang positiv elektrisiert. Die Empfindlichkeit nahm zu von G bis K; sich selbst überlassen, fällt sie nachher rasch auf den anfänglichen Wert zurück: HI. Nach einer neuerlichen negativen Elektrisierung von 3 Minuten ist die Empfindlichkeit K, KL ist die Erholung im Dunkeln. Die Beobachtungen beziehen sich auf das Präparat Nr. 67.

W. F. Holman[1]) beobachtete eine Änderung des photoelektrischen Stromes an Metallplatten, die als Elektroden eines Glimmstromes in Wasserstoff gedient haben, was auf Änderung der Wasserstoffbeladung der Platte zurückgeführt wird. O. v. Baeyer und A. Gehrts sowie Hughes[2]) stellten fest, daß die Anfangsgeschwindigkeit lichtelektrisch ausgelöster Elektronen durch Induktorentladungen gesteigert werden kann, was von O. v. Baeyer und A. Tool[3]) als Polarisation des Voltaeffektes[4]) gedeutet wird.

Als eine von der normalen abweichende Erscheinung sei erwähnt, daß zwei Se_{II}-Präparate„ welche die normale Zunahme der Empfindlichkeit auf Belichtung zeigten, im Dunkeln in einem Zeitraume von 20 Stunden eine Zunahme der Empfindlichkeit auf mehr als das Doppelte des Anfangswertes zeigten.

Untersuchungen an amorphem Selen.

9. Das amorphe Selen, welches kurz mit Se_0 bezeichnet sei, verhält sich ganz anders als Se_{II}. Erstens ist seine Anfangsempfindlichkeit ungefähr zweimal so groß wie die des Se_{II}, was im Hinblick darauf, daß Se_{II} metallisch leitend, Se_0 aber ein Isolator ist, schon an und für sich überraschend ist. Weiter, während die Empfindlichkeit von Se_{II} bei andauernder Belichtung zunimmt, wird Se_0 bei dauernder Belichtung rasch unempfindlicher bis zu einer gewissen Grenze, wo es einen konstanten Effekt gibt. Es tritt eine Art Ermüdung auf, welche nach Aufhören der Belichtung verschwindet, und das Präparat erholt sich im Dunkeln.

In bezug auf die Zeitdauer der Ermüdung und Erholung, sowie der Größe der Veränderung der Empfindlichkeit zeigen die verschiedenen Präparate ein sehr verschiedenes Verhalten. Hält man aber eine bestimmte Herstellungsart genau bei, so wird man wahrscheinlich Präparate erhalten können, die sich auch quantitativ gleich verhalten wie bei Se_{II}. Das Verhalten Se_0 wird durch die Kurven ab, cde, fgh der Fig. 4 ver-

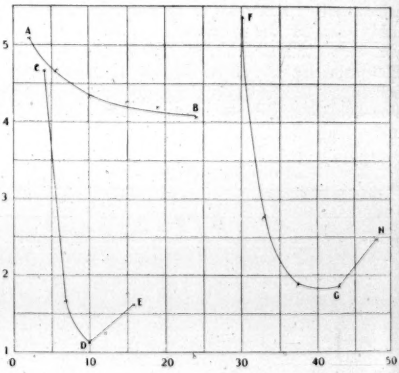


Fig. 4.

anschaulicht, welche sich auf Beobachtungen des Präparates Nr. 60 beziehen, und zwar gleich nach der Herstellung nach 25,5 und 49 Stunden. Die Kurventeile de, gh zeigen die Zunahme der Empfindlichkeit, welche sogleich auftritt, sobald kein Licht auf das Präparat fällt. Man könnte daran denken, die Ermüdung sei nur eine scheinbare, bedingt durch die geringe Leitfähigkeit des Se_0. Vor der Belichtung sind nämlich Platte A und die Selenschicht auf demselben Potential E. Bei Belichtung fließt ein Strom i quer durch die Selenschicht, das Potential der belichteten Selenoberfläche fällt also auf $E - ir$ (r der Widerstand der Schicht)[1]). Bis sich dieser stationäre Zustand einstellt, sinkt die Spannung, was sich als Abnahme der Empfind-

1) Phys. Rev. **25**, 81—87, 1907.
2) Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 870, 1910.
3) Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 569, 1911.
4) Siehe W. Gaede, Ann. d. Phys. **14**, 641, 1904; Greinacher und Herrmann, Ann. d. Phys. **17**, 922, 1905.

1) Reiger, l. c., S. 944.

lichkeit kundgeben wird. Dann müßte aber die scheinbare Erholung im Dunkeln ebenso schnell vor sich gehen, als die Ermüdung bei Belichtung. Das ist aber keineswegs der Fall, die Erholung dauert viel länger, bei manchen Präparaten 16—20 Stunden.

Ich habe die Se_0-Präparate ebenfalls elektrisiert bei Luftzutritt und im luftverdünnten Raum, geradeso wie Se_{II}. Die Wirkung der Elektrisierung in Luft wird durch die Kurve $HKLMNOPQ$ der Fig. 5 dargestellt.

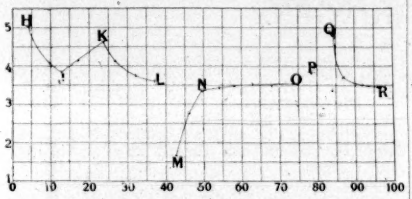


Fig. 5.

HK und KL zeigen die Ermüdung bei Belichtung, IK die Erholung im Dunkeln. LM ist die Wirkung einer negativen Elektrisierung von 30 Sekunden, MN die Erholung im Dunkeln, NO die Fortsetzung der Erholung bei Belichtung. Hier summieren sich die Wirkungen der Erholung und die der Belichtung, die für sich Ermüdung bewirkt, und so entsteht der Knick bei N. P und Q ist die durch eine 30 bzw. 120 Sekunden dauernde positive Elektrisierung bewirkte Empfindlichkeit, während QR den Rückfall im Dunkeln zeigt. Man kann hieraus entnehmen, daß die Elektrisierung an Luft bei amorphem Selen ganz ähnliche Wirkungen hervorruft wie bei kristallinischem.

Während bei Se_{II} die Elektrisierung an der Luft und im evakuierten Raum Wirkungen von verschiedenem Charakter hervorbringt, wird Se_0 im luftverdünnten Raum ganz ähnlich beeinflußt als an der Luft, siehe Kurve $AB \ldots G$ der Fig. 6. AB ist die Ermüdung bei Belichtung; nach 5 Sekunden negativer Elektrisierung fällt die Empfindlichkeit von B bis C; sich selbst überlassen, steigt sie dann bis D. Nach 5 Sekunden positiver Elektrisierung steigt die Empfindlichkeit weiter bis E, fällt aber, sich selbst überlassen, rasch bis F ab; eine erneute positive Elektrisierung bewirkt eine Zunahme von F bis G. Wir sehen, es verhält sich Se_0 bei Elektrisierung an der Luft und bei Evakuierung gleich.

Wie schon erwähnt, kann man bei möglichst gleichartig hergestellten Se_0-Präparaten quantitativ sehr abweichende Resultate erhalten. Als

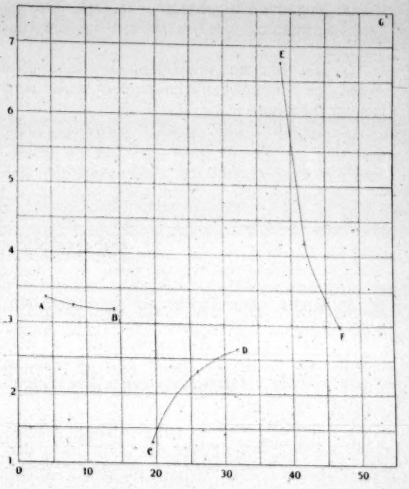


Fig. 6.

Beispiel für ein solches Verhalten möge Präparat Nr. 62 dienen. Nach 6 Minuten positiver Elektrisierung stieg die Empfindlichkeit von 4,36 auf 78,4, was mehr als das Achtfache der Empfindlichkeit des geschmirgelten Zinkes beträgt! In zwei Tagen fiel die Empfindlichkeit von 78,40 auf 9,09. Auf Belichtung trat erneute Ermüdung auf, und eine negative Elektrisierung von nur einer Sekunde genügte, um das Präparat vollkommen unempfindlich zu machen. Eine positive Elektrisierung von fünf Sekunden hob dann die Empfindlichkeit auf 51,60.

Um die Versuchsergebnisse zu deuten, müßten vor allem Versuche im Vakuum über die Größe des Effektes und die Anfangsgeschwindigkeit der ausgelösten Elektronen ausgeführt werden, nachdem die Platten von Gasbeladungen möglichst befreit worden sind.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Die Lichtempfindlichkeit des kristallinischen Selens nimmt nach der Herstellung mit der Zeit zu, und zwar rascher bei Belichtung als im Dunkeln.

2. Die Lichtempfindlichkeit nimmt infolge positiver Elektrisierung im luftverdünnten Raum stark zu; bei negativer Elektrisierung nimmt sie erst zu, dann ab, bis zur vollkommenen Unempfindlichkeit.

3. Negative Elektrisierung an freier Luft bewirkt Ermüdung, positive steigert die Empfindlichkeit.

4. Die Lichtempfindlichkeit des amorphen Selens (Se_0) nimmt bei Belichtung ab, im Dunkeln erfolgt Erholung.

5. Negative bzw. positive Elektrisierungen bewirken sowohl an freier Luft wie im luftverdünnten Raume eine Ab- bzw. Zunahme der Empfindlichkeit, welche Wirkungen nach kurzer Zeit von selbst aufhören.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Kolozsvár ausgeführt.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Direktor des Institutes, Herrn K. Tangl, meinen tiefgefühlten Dank auszusprechen, sowohl für die Anregung als auch das Interesse, mit dem er die Arbeit stets verfolgt und unterstützt hat.

(Eingegangen 1. April 1912.)

BESPRECHUNGEN.

M. v. Rohr, Die Brille als optisches Instrument. (Aus Graefe-Saemisch, Handbuch der gesamten Augenheilkunde.) 2. Auflage. gr. 8. IX u. 172 S. mit 48 Figuren und 1 Tafel. Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1911. M. 6.—

Das neue Werk M. v. Rohrs, das als Sonderabdruck der zweiten Auflage des „Handbuchs der gesamten Augenheilkunde" erschienen ist, wurde vom Verfasser Allvar Gullstrand gewidmet. Mit gutem Grunde! Denn durch Gullstrands optische Arbeiten wurden des Verfassers Ansichten über den Abbildungsvorgang vom Grund aus umgewandelt, und ohne Gullstrands Einfluß wäre der theoretische Teil des vorliegenden Buches nie so geschrieben worden.

Gullstrand, dessen Arbeiten in physikalischen Kreisen merkwürdig wenig bekannt zu sein scheinen, hat zum ersten Male einen Schritt hinausgetan über die bisher fast überall für unumstößlich gehaltenen Lehren Abbes. Er konnte zeigen, wie es in der anscheinend so exakten Wissenschaft der geometrischen Optik zahlreiche unbegründete Fiktionen gibt, die oft genug eine tiefere Erkenntnis durch ihre suggestive Wirkung hindern. Der „kollinearen Abbildung" Abbes, die ja doch ein nicht realisierbares Ideal ist, stellte Gullstrand die Lehre von der „reellen optischen Abbildung" gegenüber, wodurch er zu äußerst allgemeinen Gesetzen gelangte. —

Das allgemein bekannte Aufblühen der deutschen Präzisionsoptik brachte es mit sich, daß alle guten Kräfte sich in den Dienst der optischen Instrumente von verwickelterem Bau stellten. Die Brille galt nicht als „edles" Instrument, und so kam es, daß der Schule Abbes die Eigentümlichkeit ganz entging, die das „Auge" als optisches Instrument von den künstlichen Instrumenten völlig absondert. „Gullstrand, der Ophthalmologe, gelangte durch die richtige Würdigung der Augendrehung dazu, das Auge für den Optiker als ein System hinzustellen, das in das anscheinend ganz allgemeine System E. Abbes nicht hineinpaßte, und auf Grund seines (Gullstrands) vollständigen Systems der geometrischen Optik konnte er die Grundregeln angeben, nach denen die Berechnung anzusetzen sei, wenn man ein möglichst vollkommenes Instrument für das freie direkte Sehen schaffen wolle. Damit aber hat er die Schranke weggeräumt, die bis dahin die an anderen optischen Instrumenten geschulten Theoretiker namentlich deutscher Werkstätten von der Beschäftigung mit der Brille abgehalten hatte. Nunmehr war es im wesentlichen eine Frage der Zeit, wann sich ein solcher rechnender Optiker die Arbeiten Gullstrands zunutze machen würde."

Die bekannten großen praktischen Erfolge M. v. Rohrs bei seinen Versuchen, die Brille zu verbessern, sind somit auf ophthalmologische Anregung zurückzuführen. Umgekehrt wird dies Buch des rechnenden Optikers wohl in erster Linie dem Ophthalmologen zugute kommen. Eine Abgrenzung der verschiedenen bei der Praxis des Brillentragens auftretenden Tätigkeiten denkt sich der Verfasser so, „daß der Ophthalmologe den Zustand des anomalen Auges bestimmt und die Forderungen formuliert, denen das Brillenglas entsprechen soll, während die Wahl der Mittel dem rechnenden Optiker der ausführenden Anstalt vorbehalten bleibt. Der Ladenoptiker hat dann noch die wichtige Aufgabe, die Brille dem Patienten so anzupassen, daß sie unter den Bedingungen benutzt wird, die bei der Rechnung angenommen werden."

Allen diesen Instanzen soll die vorliegende Monographie dienen. Im theoretischen Teil finden wir zunächst behandelt die anastigmatischen Brillen, d. h. Gläser für Augen ohne Astigmatismus. Unter den achsensymmetrischen Linsen haben wir zwischen gewöhnlichen Brillen ohne punktuelle Abbildung und punktuell abbildenden Brillen zu unterscheiden. Die letzteren behandelt das für den wissenschaftlichen Optiker wohl interessanteste Kapitel; es enthält eine Reihe von wichtigem Neuen. Die Behandlung von nur „zweifach symmetrischen" und „einfach symmetrischen" Gläsern leitet zu den astigmatischen Linsen über. Zum Schluß werden noch die Farbenfehler und die Änderung der Raumerfüllung durch die Brillen behandelt (also die Änderung der Perspektive und die Porrhallaxie).

Der historische Teil wird die Dankbarkeit aller hervorrufen, denen die Entwicklung der Wissenschaft und ihr Zusammenhang mit allgemeinen Kulturproblemen Interesse einflößt. Ein systematischer Teil schließt das ganze Werk, dem spätere Zeiten wohl das Prädikat „klassisch" zuerkennen werden.

Felix Jentzsch.

E. v. Schweidler, Praktische Übungen in der Ausführung physikalischer Schulversuche. Ein Leitfaden für Studierende. gr. 8. 171 S. mit 120 Figuren. Leipzig, G. Freytag, u. Wien, F. Tempsky. 1911. Gebunden M. 3.— (3 K 60 h).

Das Buch ist als Grundlage eines physikalischen Praktikums gedacht, das den besonderen Zweck hat,

Lehramtskandidaten in die experimentelle Praxis einzuführen und denselben Gewandtheit in dem Anstellen von Demonstrationsversuchen zu vermitteln. Es treten daher in den behandelten Übungen Versuche von speziell messendem Charakter in den Hintergrund, wenn naturgemäß dergleichen Übungen auch nicht ganz ausgeschaltet werden können noch dürfen.

Wie in allen modernen Büchern dieser Art, wird zunächst das Instrumentarium angegeben und beschrieben und darauf zur Ausübung des Versuches übergegangen. Das Gebotene zeigt überall den gewiegten Experimentator und dürfte in trefflichster Weise dem angegebenen Zweck dienen. Vielleicht hätte der Verfasser nicht durchweg mit einem so kompletten Apparatenschatze den Kandidaten verwöhnen dürfen. Der junge Lehrer trifft in der Praxis leider oft genug sehr dürftige Hilfsmittel an, und es wäre daher vielleicht pädagogischer, ihn anzuleiten, sich mit den einfachsten Mitteln zu behelfen.

Behrendsen.

Ernst Abbe, Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop. Bearbeitet und herausgegeben von Otto Lummer und Fritz Reiche. gr. 8. XII u. 108 S. mit 57 Abbildungen u. 1 Bildnis Ernst Abbes. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. M. 5.—, gebunden M. 6.—

Ernst Abbe hat seine tiefen Forschungen über die Gesetze der optischen Abbildung, auf deren Grundlage er sein großes Lebenswerk, die Zeißsche optische Anstalt, aufbaute, zu Lebzeiten nur durch Vorlesungen an der Universität Jena bekannt gemacht. Einer seiner damaligen Zuhörer, Prof. Lummer, hat es nun unternommen, diese wichtigen Untersuchungen einem größeren Kreise zugänglich zu machen. Wie er in der Einleitung darlegt, ist das Buch aus einem Kolleg entstanden, das Abbe im Winter des Jahres 1887 vor einer Schar geschulter Physiker, wie Winkelmann, Czapski, Rudolph, Straubel und Lummer selbst, gehalten hat. Die Begeisterung, die der Meister damals bei seinen Schülern erweckte, als er ihnen Einblick in die Werkstatt seines Geistes gewährte, ist in deren Erinnerung nicht verblaßt und hat den Herausgeber bewogen, sich der großen Mühe zu unterziehen, die alten Kolleghefte durchzuarbeiten und zu einem Buche zu formen. Dabei gewann er die Mitwirkung von Dr. Reiche, der das Werk durch Hinzufügung mehrerer Beispiele bereichert hat, und konnte auch die auf seine Veranlassung ausgeführten Untersuchungen von M. Wolfke über die mikroskopische Abbildung eines Gitters bei künstlicher Abblendung benutzen, die inzwischen in den Ann. d. Phys. erschienen sind.

Der Schwerpunkt des Buches, dessen allgemeiner Grundgedanke die Auffassung der mikroskopischen Abbildung als Beugungsphänomen ist, liegt in dem dritten Kapitel, das von der Abbildung nicht selbstleuchtender Objekte handelt. Die beiden voraufgehenden Kapitel bilden die Zuführungsstraße. Im ersten werden die notwendigen Grundgesetze der geometrischen Optik auseinandergesetzt. Im zweiten, das von der Abbildung selbstleuchtender Objekte handelt, wird die Theorie der sogenannten Fraunhoferschen Beugungserscheinungen mit Hilfe des Fresnel-Huighensschen oder genauer des Kirchhoffschen Prinzips entwickelt und es wird gezeigt, daß die in konjugierten Ebenenpaaren optischer Systeme auftretenden Beugungserscheinungen stets unter diesen Fall sich einbegreifen. Eigenartig ist dabei, wie ein leuchtendes Flächenelement, das nach dem Lambertschen Kosinusgesetz strahlt, durch einen rotierenden Dipol dargestellt wird. Die gewonnenen Formeln werden dann zur Berechnung der Beugungserscheinungen angewandt, die ein einzelnes leuchtendes Flächenelement an Öffnungen hervorbringt, deren „wirkende Fläche" rechteckig ist.

In dem zentralen dritten Kapitel werden nun zunächst viele Flächenelemente zu spaltförmigen und rechtwinkligen Flächen vereinigt und ihre gemeinsame Wirkung berechnet. Dabei summieren sich die Wirkungen in ganz verschiedener Weise, je nachdem die Flächenelemente selbst leuchten und somit inkohärent sind, oder einer „beleuchteten" Fläche angehören, also kohärent strahlen. An vielen Beispielen wird dieser Unterschied der Abbildung leuchtender und nichtleuchtender Flächen bis ins einzelne verfolgt und die Bedingungen der „Ähnlichkeit" der Abbildung mit dem Objekt studiert. Zum Schluß wird ganz allgemein die Frage aufgeworfen, wann das Mikroskop von einem beliebigen beleuchteten Objekte eine ähnliche Abbildung entwirft. Dabei wird das Bild als Superposition zweier Beugungsphänomene aufgefaßt: das Primäre wird durch Lichtquelle und Objekt in der „Zwischenfläche" (der Blendenöffnung) erzeugt, das Sekundäre ist die Interferenzwirkung des primären Beugungsbildes in der Objektebene. Hieraus geht schon anschaulich hervor, daß ein teilweises Abblenden des primären Beugungsphänomens die Ähnlichkeit zwischen Bild und Objekt zerstören kann, und dieser Schluß wird mathematisch erhärtet. Durch Anwendung der Resultate auf ein Gitter gewinnt man dann den Satz, daß für die Ähnlichkeit der Abbildung das Produkt von Brechungsquotient und Sinus des Öffnungswinkels des optischen Systems, die „numerische Apertur", maßgebend ist. Das Schlußkapitel enthält die schon erwähnte, von Herrn Wolfke geleistete ausführliche Berechnung der Abbildung eines Gitters bei künstlicher Abblendung und der dabei auftreten den „Unähnlichkeiten".

Dies kleine Buch wird vielen, die das Aufblühen des Zeißschen Werkes mit Bewunderung verfolgt haben, die geistige Kraftquelle dieses Wachsens enthüllen, und es ist zu wünschen, daß es zur Weiterarbeit in Abbes Bahnen anregen möge. M. Born.

C. Dorno, Studie über Licht und Luft des Hochgebirges. gr. 8. VIII u. 153 S. mit 78 Tabellen, 11 Abbildungen im Text und 19 im Anhang. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1911. Gebunden M. 20.—

Dieses Werk enthält die Resultate ausgedehnter Reihen von in Davos ausgeführten Messungen der Sonnenstrahlung, der allgemeinen Helligkeit, des Potentialgefälles, der Leitfähigkeit, sowie einiger anderer luftelektrischer Messungen. Über den optischen Teil wird von anderer Seite referiert werden, hier soll nur der luftelektrische Teil besprochen werden. Neben den über ein Jahr sich erstreckenden fortlaufenden Registrierungen des Potentialgefälles und der Leitfähigkeit wurden noch vereinzelt gemessen: die Leitfähigkeit mit dem Gerdienschen Aspirator, ferner die Zerstreuung mit dem Elster und Geitelschen Apparat mit Schutzzylinder, Zahl und Geschwindigkeit der Ionen

mit dem Ebertschen Apparat und der Gehalt der Atmosphäre an Radiuminduktionen nach der von Elster und Geitel herrührenden Drahtmethode. Da neben dem Potentialgefälle $\lambda+$ und $\lambda-$ mit getrennten Apparaten gleichzeitig registriert wurden, so kann man aus den Registrierungen den Gang des Vertikalstromes ableiten. Schon dieser Umstand verleiht den Dornoschen Messungen ein hohes Interesse, denn bis jetzt war der tägliche und jährliche Gang des Vertikalstromes einzig und allein für Potsdam bekannt. Die dortigen, von Lüdeling und Kähler geschaffenen Einrichtungen haben Dorno auch als Vorbild gedient. Als Resultat der Dornoschen Messungen ergibt sich, daß der tägliche Gang des Vertikalstromes genau entgegengesetzt dem Gang der Sonnenstrahlung ist, wie sich dieses für den Sommer wenigstens auch in Potsdam ergeben hat. Die „erschreckende" Regelmäßigkeit der Leitfähigkeitskurven mit einem Maximum 4a und einem Minimum 11a hat Dorno einiges Mißtrauen eingeflößt, und der Referent muß gestehen, daß er dieses Mißtrauen deshalb teilt, weil fast alle bisherigen Messungen der Zerstreuung, der Leitfähigkeit oder der Ionenzahl ein Maximum um die Mittagszeit ergeben haben. Referent kann aber ebensowenig wie Dorno selbst in den offenbar in allen Einzelheiten sehr sorgfältig ausgeführten Registrierungen eine Fehlerquelle finden, und überdies hat Kähler wenigstens in den Sommermonaten denselben täglichen Gang der Leitfähigkeit erhalten. Daß dieselben Störungen der Resultate sich an beiden Orten geltend machen, ist bei der Gleichartigkeit der Anordnungen zwar nicht ausgeschlossen, aber wenig wahrscheinlich.

Zeitweise wurde die Leitfähigkeit auch in geschlossenen Räumen untersucht. Dabei ergab sich nach dem Schließen der Fenster ein Ansteigen der Leitfähigkeit der Zimmerluft in einem solchen Maße, daß Dorno geneigt ist, für ärztliche Zwecke die Leitfähigkeit als ein Maß der verbrauchten Luft anzusehen.

Ferner zeigte es sich, daß bei starkem Potentialgefälle auch im Innern des geschlossenen Zimmers sich beträchliche Unipolaritäten ausbilden können. Während eines Gewitters wurde innerhalb eines Zimmers an einer isolierten Poloniumelektrode sogar ein Potential von 170 Volt gemessen. Mache fand seinerzeit in einem Drahtkäfig während eines Gewitters an exponierter Stelle im Maximum 30 Volt. Es scheint demnach, daß im Gebirge die Eigenladungen der Luft bedeutend größer werden als im Flachlande. Es sei hier auch an die merkwürdige Erscheinung erinnert, die Knoche in den Kordilleren beobachtet hat. Auffallend ist ferner die Beobachtung Dornos, daß unter Föhnwirkung Isolatoren nicht nur im Freien, sondern auch im Zimmer im verschlossenen Schrank leitend werden. Auch diese Beobachtung erinnert an die ähnlichen von Knoche über das Elektrischwerden der Pelzwerke.

Hohe Eigenladung der Luft in Form von leicht beweglichen Ionen hat Referent während Gewitterregen in der Schweiz auch in Höhen von 2400 m konstatiert.

Von weiteren Resultaten Dornos mögen noch erwähnt werden, daß das Potentialgefälle entsprechend der erhöhten Leitfähigkeit in Davos (Jahresmittel auf ebenes Feld reduziert 90 Volt Meter) geringer als in der Ebene, die Stärke des Vertikalstromes dagegen ungefähr dieselbe ist wie in Potsdam, wenn man auch hier wieder den in Davos gefundenen Wert nach den von Benndorf für das Potentialgefälle aufgestellten Formeln auf den Strom über einer ebenen Fläche reduziert.

Sein Maximum erreicht der Vertikalstrom, wenigstens nach den Aufzeichnungen dieses einen Jahres, im Frühjahr, sein Minimum im Sommer. Eine Fortsetzung der Versuche scheint dem Referenten sehr wünschenswert. Auch würde vielleicht in einer folgenden Veröffentlichung der Einfluß der Wetterlage, und vor allem auch der von Dorno so sorgfältig in den verschiedensten Teilen des Spektrums gemessenen Strahlung auf den Vertikalstrom noch eingehender diskutiert werden können. Aber auch jetzt schon bietet das mit zahlreichen Tabellen ausgestattete Werk Dornos eine reiche Fülle von lehrreichem Material. Die für einige Monate im Detail wiedergegebenen Zahlen des Potentialgefälles und der Leitfähigkeit würden durch gleichzeitige Angaben der meteorologischen Daten an Wert gewinnen.

Freiburg (Schweiz). Dr. A. Gockel.

Die Strahlungsmessungen betrafen: 1. Sonnenstrahlung und zwar a) Wärmestrahlung, gemessen nach dem Pyrheliometer von Angström; b) sichtbare Strahlung, gemessen mit Webers Milchglasplattenphotometer in Rot und Grün; c) blauviolette, photographisch wirksame Strahlung, gemessen nach der Weberschen Methode mit Bromsilberpapier; d) ultraviolette Strahlung, gemessen mit dem photoelektrischen Aktinometer von Elster und Geitel. 2. Messungen der Gesamtstrahlung von Sonne und Himmelsgewölbe in den verschiedenen Spektralbezirken.

Von all diesen Strahlungsintensitäten hat Dorno mittlere Werte für den täglichen und jährlichen Gang angegeben. Wir müssen die Beobachtungsresultate hier übergehen und führen nur an, daß die Jahressumme der Wärme, die 1 cm² horizontalen Bodens in Davos direkt von der Sonne erhält, 78,1 kg. Kal. beträgt; zum Vergleich diene der Wert von Wien: 52,3 kg. Kal., der von Montpellier in Südfrankreich 71,8. Davos liegt 1560 m hoch und hat, namentlich im Winter, weniger Bewölkung, daher diese abnorm hohe Wärmesumme.

Ein würfelförmiges Haus in Davos von 16m Seitenlänge würde in einem Jahre eine Wärmemenge von der Sonne erhalten, die den Heizwert von 4300 kg Anthrazit gleichkäme.

Dorno ließ einen eigenen Apparat zur Messung der kleinsten im Sonnenspektrum wahrnehmbaren Wellenlänge konstruieren; es ist ein Spektrograph mit Quarzprisma, hergestellt von Zeiß in Jena. Mit zunehmender Durchlässigkeit der Atmosphäre nimmt die minimale Wellenlänge natürlich ab. Die kürzeste von Dorno aufgezeichnete Wellenlänge im Sonnenspektrum betrug 293,9 $\mu\mu$.

Diese wenigen Mitteilungen erschöpfen natürlich den Inhalt der Abhandlung in keiner Weise.

F. M. Exner.

Mme. P. Curie, Die Radioaktivität. Autorisierte deutsche Ausgabe von Dr. B. Finkelstein. Mit einem für die deutsche Ausgabe verfaßten Nachtrag von Mme. P. Curie. 2 Bände. gr. 8. Mit 1 Porträt, 7 Tafeln und etwa 200 Figuren im Text. 419 S. und 583 S. Leipzig, Akadem. Verlagsgesellschaft. 1912. Preis geh. 28.—

Die französische Ausgabe des großen Lehrbuches der Radioaktivität von Mme. Curie ist in dieser Zeitschrift bereits ausführlich besprochen worden (**12**, 1054, 1911). Die vorliegende deutsche Ausgabe ist, von den im Nachtrag von Frau Curie gegebenen Ergänzungen abgesehen, eine getreue Wiedergabe des französischen Originals. Die Ergänzungen bringen

die seit dem Erscheinen des französischen Werkes neu durchgeführten Arbeiten.

Die Übersetzung ist durchwegs ganz vortrefflich, und der Übersetzer hat auch durch die Hinzufügung eines allerdings nicht sehr ausführlichen Registers die Orientierung in dem umfassenden Werk, das seiner ganzen Anlage nach sehr geeignet ist, ein Handbuch der Radioaktivität zu sein, wesentlich erleichtert. Es ist daher doppelt zu bedauern, daß nicht auch die mangelhaften Literaturangaben des Originalwerkes ergänzt worden sind. Dies kann aber leicht bei einer Neuauflage nachgeholt werden, wobei dann auch einige sinnstörende Druckfehler und kleine Irrtümer zu beseitigen wären, wie beispielsweise Bd. II, S. 169, wo ein von E. Regener durchgeführter Versuch Geiger und Rutherford zugeschrieben wird, oder S. 557, wo die Geschwindigkeit der *RaD*-β-Strahlen zu 0,07 Proz. statt 0,37 Proz. Lichtgeschwindigkeit angeführt wird. Die Akademische Verlagsgesellschaft hat dem Werk eine sehr hübsche Ausstattung gegeben, und es ist zu erwarten, daß die deutsche Ausgabe noch mehr als die französische hier ihren Leserkreis finden wird. Meitner.

K. W. Wolf-Czapek, Die Kinematographie. Wesen, Entstehung und Ziele des lebenden Bildes. 2., erweiterte Auflage. gr. 8. 135 S. mit 46 Abbildungen. Berlin, Union Deutsche Verlagsgesellschaft. 1911. M. 3.—

Neben der physiologisch-psychologischen Einleitung, betreffend die Entstehung des kinematographischen Eindruckes, enthält das Buch auch recht ausführliche, rein photographische Auseinandersetzungen über Optik, Verschlüsse, Projektion, Photochemie, Entwicklung, Diapositive und Kopiermethoden. Die eigentliche Kinematographie wird wesentlich in den drei Kapiteln: Der moderne Aufnahmeapparat, die Aufnahme, Vorführung der Bilder behandelt, wobei auch der Erweiterung des Gebietes durch Vorführung farbiger und stereoskopischer lebender Bilder einiger Raum gewidmet wird. Den Bedürfnissen der Amateure tragen kompendiöse Konstruktionen, wie der Einloch-Kino, Rechnung. Die „Anwendungen des lebenden Bildes" bringen zwar zum größten Teile Bekanntes, aber doch auch manche neue und interessante Einzelheiten, wie die Bestätigung der japanischen Zeichnungen nach direkter Naturbeobachtung durch die photographisch-kinematographische Analyse. Byk.

J. Kayser, Physik des Meeres. 2. Auflage, neu bearbeitet von Carl Forch. Mit einem Beitrag über die leuchtenden Meeresorganismen von Professor Dr. Paul Zenetti. 4°. VIII u. 384 S. mit 39 Textfiguren. Paderborn, Ferdinand Schöningh. 1911. M. 6.40

Das vorliegende Buch erschien zum ersten Male anfangs der 70er Jahre des vorigen Jahrhunderts, als die Challenger-Expedition eben ausgezogen war, deren Resultate dann den Grundstein zur heutigen Ozeanographie gebildet haben. Es ist klar, daß von der 1. Auflage eigentlich nur noch der Titel und die Tendenz übrig bleiben konnten, so daß in Wirklichkeit ein völlig neues Werk vorliegt. Es wendet sich weniger an den Spezialisten als an fernerstehende Interessenten und will das Meer vom Standpunkte des Physikers und Chemikers beschreiben. Dabei wird das Eingehen auf Singularitäten möglichst vermieden, nur die allgemein für das Meer gültigen Gesetze werden behandelt, also eine „Meteorologie", nicht „Klimatologie" des Meeres. Leider leidet das heute vorliegende Beobachtungsmaterial an der gleichen Schwäche, wie dasjenige der Meteorologie: die Beobachtungen beschränken sich fast nur auf diejenigen Schichten, die dem Menschen direkt zugänglich sind, während doch für das Studium der meisten Erscheinungen räumliche Beobachtungen unentbehrlich sind. Mit Recht schreibt darum der Verf.: „Es bedarf nicht weiter Expeditionen, um zu unerforschten Meeresräumen zu gelangen. Wir kennen selbst in den seit Jahrhunderten von Schiffen aller Kulturländer durchfurchten Ozeanen die tieferen Gebiete nur äußerst wenig. Was nottut, ist in erster Linie eine systematische, wörtlich genommen in die Tiefe hinabsteigende Erforschung der großen Ozeane in unseren Breiten, also zunächst etwa des nordatlantischen Ozeans vom Äquator bis 60° n. Br."

Vom Inhalt sei hier kurz dasjenige angeführt, was für den Physiker in Betracht kommt: Schwere auf dem Meer, Tiefenmessung, Sinkgeschwindigkeit und Löslichkeit der Niederschläge, chemische und physikalische Eigenschaften des Meerwassers, Eisbildung, Verteilung der Wärme, Wellenbewegung des Meeres (Stereophotogramme), Wellenberuhigung durch Öl, Gezeiten, Ausnützung der Energie des Seegangs und der Gezeiten, Meeresströmungen.

Die Darstellung ist recht interessant, Mathematik ist nach Möglichkeit vermieden. Zur Orientierung auf diesem Grenzgebiete kann dies Werk empfohlen werden. L. Geiger.

F. Auerbach, Die Grundbegriffe in der Naturlehre. (3. Auflage.) Aus Natur und Geisteswelt. 40. Bändchen.) 8. 152 S. mit 79 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 1.—, gebunden M. 1.25

Das Erscheinen dieses kleinen Buches in 3. Auflage beweist, daß es allen denen ein gutes Hilfsmittel ist, die sich in Kürze über die Grundlagen der Physik unterrichten wollen. Es braucht ihm daher eine neue Empfehlung nicht erst mit auf den Weg gegeben zu werden. Kochan.

J. M. van Bemmelen, Die Absorption. Gesammelte Abhandlungen über Kolloide und Absorption. Mit Unterstützung des Verfassers neu herausgegeben von Wo. Ostwald. gr. 8. XI u. 548 S. mit dem Bilde des Verfassers, seiner Biographie und zahlreichen Figuren. Dresden, Th. Steinkopff. 1910. M. 12.—, gebunden M. 13.50

Die für den Forscher auf dem Gebiete der anorganischen Chemie, Agrikulturchemie, Geologie und Mineralogie wichtigen kolloidchemischen Untersuchungen van Bemmelens, die in mehreren Zeitschriften zerstreut und bisher zum Teil schwer zugänglich waren, liegen hier gesammelt vor.

van Bemmelen hat als erster die Änderung der Dampfspannung bei der Entwässerung von Hydrogelen (kolloiden „Hydraten") untersucht und gezeigt, wie grundverschieden sich Hydrogele und kristallisierte Hydrate ein und derselben Substanz bei der Entwässerung verhalten können.

Damit in Zusammenhang stehen weitgehende Verschiedenheiten bei der Aufnahme von Stoffen aus ihren Lösungen: die kristallisierten Hydrate besitzen kein ausgesprochenes „Absorptionsvermögen",

die Hydrogele ein sehr hohes. Diese Verhältnisse haben für die Agrikulturchemie große Bedeutung, weil gerade die Kolloide der Ackererde nach van Bemmelen die Nährsalze im Boden durch „Absorption" (oder „Adsorption") zurückhalten und das Wegspülen derselben durch Regengüsse verhindern.

Auch der Physiker wird in diesen Abhandlungen mancherlei Interessantes finden, so die Abhängigkeit des Verhaltens der Hydrogele von ihrem Alter, ihrer Vorgeschichte; die Hysteresis der Hydrogele, welche an die Hysteresis bei der Magnetisierung und Entmagnetisierung des Eisens erinnert (S. 269); der unter Umständen mögliche spontane Übertritt von Wasser aus einem wasserärmeren Hydrogel in ein wasserreicheres derselben Substanz, wenn beide in eingeschlossenem Raum nebeneinander sich befinden u. a.

Die in die Sammlung aufgenommenen Arbeiten sind von van Bemmelen selbst ausgewählt und geordnet worden; sie enthalten einen wortgetreuen Abdruck der deutschen Originalabhandlungen — abgesehen von kleineren sprachlichen Korrekturen, die das Lesen bedeutend erleichtern. Eine französisch abgefaßte Originalabhandlung liegt in deutscher Übersetzung vor. Die Korrekturen sind von van Bemmelen selbst durchgesehen; ein Autoren- und Sachregister erleichtert sehr die Orientierung. Das vorliegende Buch wird daher jedem, der sich mit Kolloiden befaßt, willkommen sein.

R. Zsigmondy.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik für Realschulen. gr. 8. VII u. 269 S. mit 389 Textfiguren und 1 farbigen Tafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. Gebunden M. 2.60

Es ist sehr dankenswert, daß der Verfasser neben seinem 1909 erschienenen größeren Lehrbuche, das mehr dem Studierenden ein Führer bei den Vorlesungen sein soll, nunmehr das vorliegende Schulbuch herausgegeben hat, das unseres Erachtens nicht bloß für sechsklassige Realanstalten, sondern auch für die Mehrzahl der Gymnasien ein durchaus zweckdienliches Hilfsmittel sein dürfte.

Das Buch befolgt als obersten Grundsatz die Tendenz, lediglich auf dem Wege der Erfahrung, durch das zweckbewußte Experiment den Lehrstoff dem Schüler zu vermitteln. Mathematische Deduktion ist fast gänzlich vermieden. Dabei hat der Leser das angenehme Gefühl, nicht wieder auf den herkömmlichen, abgetretenen Pfaden zu wandeln, sondern der Verfasser weiß fast überall durch originelle, schlagende Versuchsanordnungen anzuregen und auf dem einfachsten und treffendsten Wege zu dem gewünschten Ziele zu gelangen. Grimsehl hat nicht umsonst mehr als 20 Jahre lang als überaus geschickter Experimentator gewirkt und sehr zahlreiche Arbeiten auf diesem Gebiete erscheinen lassen. Die Darstellung ist recht gewandt und läßt das Buch dem Schüler auch als willkommene Lektüre erscheinen, wenn sie auch nicht, wie die Vorrede verschentlich angibt, in „gebundener Redeform" (also in Versen) dahin schreitet. Behrendsen.

Tagesereignisse.

v. Reinach-Preis für Geologie. Ein Preis von 500 M. soll der besten Arbeit zuerkannt werden, die einen Teil der Geologie des Gebietes zwischen Aschaffenburg, Heppenheim, Alzey, Kreuznach, Koblenz, Ems, Gießen und Büdingen behandelt; nur wenn es der Zusammenhang erfordert, dürfen andere Landesteile in die Arbeit einbezogen werden. Die Arbeiten, deren Ergebnisse noch nicht anderweitig veröffentlicht sein dürfen, sind bis zum 1. Oktober 1913 in versiegeltem Umschlage mit Motto versehen an die Direktion der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt a. M. einzureichen.

Professor Dr. Engelbert Arnold in Karlsruhe. Ein großer Kreis angesehenster Fachgelehrter wollen das Andenken des Gelehrten durch eine Arnold-Stiftung ehren, die zur Unterstützung selbständiger Forschungs- und Studienarbeiten im Karlsruher Elektrotechnischen Institut bestimmt ist. Anfragen werden an den Elektrotechnischen Verein Karlsruhe erbeten, der auch den ausführlichen Aufruf versendet.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Lemberg Dr. Sigismund Klemensiewicz für physikalische Chemie und Elektrotechnik, an der Universität Breslau Dr. Ernst Königs für Chemie, an der Universität Jena Dr. Schaxel für Biochemie, an der Böhmischen Universität Prag Dr. Rychlik für Mathematik.

Ernannt: Professor W. F. Washburn zum Leiter der Abteilung für technische Chemie an der Ackerbauschule des Staates North Dakota, der a. o. Professor an der Universität Caën Dr. A. Basson zum ord. Professor der Chemie ebenda, der Chemiker Dr.-Ing. Emil Heuser in Gmunden zum etatmäßigen außerordentlichen Professor der Zellstoffchemie an der Technischen Hochschule Darmstadt, der frühere Assistent am agrikultur-chemischen Institut zu Königsberg Dr. Seidler zum Professor der Agrikultur-Chemie an der landwirtschaftlichen Hochschule zu Porto Allegre (Brasilien).

Berufen: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Wien Dr. Lothar Schrutka von Rechtenstamm zum a. o. Professor für Mathematik an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn.

Verliehen: Den Privatdozenten an der Technischen Hochschule Hannover Ernst Jänecke (physikalische Chemie) und Gustav Keppeler (chemische Technologie), sowie dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Kiel Dr. Otto Mumm der Titel Professor, dem o. ö. Professor der praktischen Geometrie an der Technischen Hochschule Wien Eduard Doležal der Titel k. k. Hofrat.

Rücktritt: Der Professor der Chemie an der Johns Hopkins University Dr. Ira Remsen vom Amt des Präsidenten dieser Universität.

Gestorben: Der Privatdozent für anorganische chemische Analyse am K. Ungar. Franz-Josephs-Polytechnikum Budapest Dr. Paul Scheitz, der ehemalige Vizepräsident der Chemical Society und der Society of Public Analysis John Pattinson in New Castle-on-Tyne, der Chemiker Professor Dr. Robert Frühling in Braunschweig, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Marburg Dr. Friedrich Fittica, der Professor der Meteorologie an der Harvard-Universität und Direktor des Blue Hill Meteorological Observatory in Hyde Park, Mass., Abbott Lawrence Rotch, der Verfasser des mehrfach auch in deutscher Sprache aufgelegten Handbuches der Photographie Giuseppe Pizzighelli in Florenz, der ord. Professor für Chemie an der Western Reserve University in Cleveland Perry L. Hobbs, der ordentliche Professor der mathematischen Physik an der Universität Basel Dr. Karl VonderMühll.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1912. (Nachtrag.)

Technische Hochschule Brünn.

Hamel: Mechanik I: Einleitung in die Mechanik, Statik in analytischer und graphischer Behandlungsweise, 5. Übungen, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

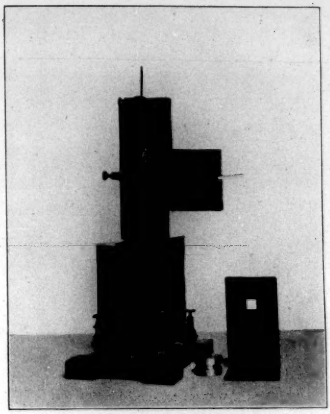


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.